

Szilvássy László¹

REPÜLŐFEDÉLZETI TŰZFEGYVEREK LÖVEDÉK MOZGÁSÁNAK BALLISZTIKAI SZÁMÍTÁSA²

A szerző jelen tanulmányában bemutatja a repülőfedélzeti tűzfegyverek lövedékei mozgásának ballisztikai számítását. Ismerteti a tűzfegyverek lövedékeinek páncéltörő hatását, a lövedék mozgásának külső ballisztikai alapjait. Az alapok megismerése után foglalkozik a lövedékek alakjával és a számításokat végez a becsapódási sebesség meghatározására. Majd a számított adatok alapján meghatározza a maximálisan áttűthető páncél vastagságát, mely során különböző keménységű hengerelt, homogén páncélra (RHA) végzi a számításokat.

CALCULATION OF BALLISTIC AIRCRAFT GUN'S PROJECTILE

The author in this article presents the ballistics' calculation of on-board firearms projectiles. Describes the armour-piercing effects and the exterior ballistics of projectile. Then demonstrates the form factor of projectiles and calculates the speed of armour piercing. Finally, calculates the maximum thickness of RHA (Rolled Homogeneous Armour).

BEVEZETÉS

A gyakorlati lövészetek során rendszerint arra vagyunk kíváncsiak, hogy az adott repülőfedélzeti tűzfegyver alkalmas-e az adott cél megsemmisítésére. Ez nagymértékben függ a lövedék becsapódási sebességétől, az pedig a lőtávolságtól. Ez különösen fontos a hagyományos páncéltörő lövedékek esetében, mikor a lövedék a mozgási energiáját használja fel a cél megsemmisítésére. Ezért már a tervezés során szerencsés lenne tudni, hogy az adott céltávolságon, az adott fedélzeti géppuska vagy géppuska alkalmas-e az adott páncélozott jármű harcképtelenné tételére. Itt elsősorban nem vagy gyengén páncélozott eszközökről, illetve csapatszállító harcjárművekről van szó, mert a harckocsik páncélzata rendszerint olyan vastag, amit már géppuskával nem lehet áttűni. Ahhoz, hogy meghatározzuk, hogy az adott tűzfegyver alkalmas-e az adott páncél átütésére ismernünk kell a becsapódási sebességet. (Azt veszem alapul, hogy a tűzfegyver harcászati-technikai adatai ismertek.) A becsapódási sebesség természetesen számos kezdeti paramétertől és külső tényezőtől függ, elsősorban a lövedék kezdeti sebességétől, a lövedék lassulásától, a lőtávolságtól, légköri körülményektől stb.

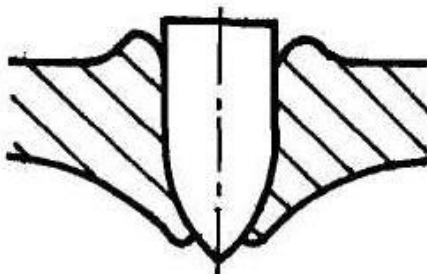
Ennek a számításának a bonyolultságát szeretném bemutatni, mihez tisztáznunk kell néhány alapfogalmat.

¹ okl. mk. alezredes, egyetemi docens, NKE Katonai Repülő Tanszék, szilvassy.laszlo@uni-nke.hu

² Lektorálta: dr. Békési László ny. okl. mk. ezredes, főiskolai tanár, NKE Katonai Repülő Tanszék, bekesi.laszlo@uni-nke.hu

A PÁNCÉLTÖRŐ HATÁS

A lövedékek behatolásának sajátos formája a páncéltörő hatás, aminek megkülönböztetett vizsgálatát a közeg nagy szilárdsága okozza.



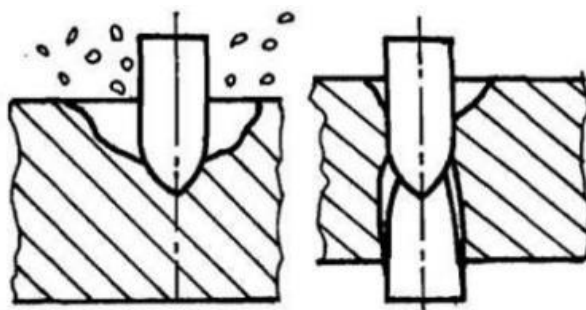
1. ábra A kiskeménységű páncél lyukasztása

A fizikai folyamatok és a gyakorlati tapasztalatok alapján megállapítható, hogy a páncéltörő hatás függ:

- a páncél tulajdonságaitól;
- a lövedék fejrészének alakjától és szilárdságától;
- a becsapódási szögtől és sebességtől.

Az alkalmazott páncélok két fő típusra oszthatók:

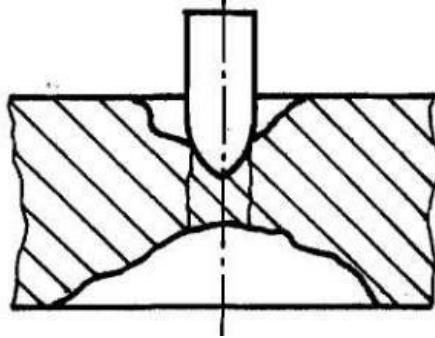
- homogén páncél;
- heterogén páncél.



2. ábra Közepes keménységű páncél átütése

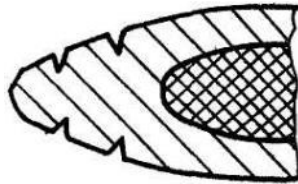
A homogén páncél szilárdságtani tulajdonságai és viszkozitása az egész vastagságban azonosak. Természetesen az egyes páncélok keménysége különböző lehet, így megkülönböztetünk alacsony-, közepes- és nagykeménységű homogén páncélt. Átütésükre leggyakrabban hegyes fejrésszel rendelkező, nagyszilárdságú lövedékeket alkalmaznak. A lövedék behatolása során a kiskeménységű páncél ($210\text{--}280\text{ HB}^3$ szerint) plasztikus deformációt szenved (1. ábra) és a lövedék mellett kitüremkedik, a belső felületén pedig kidomborodás keletkezik, amely a lövedék további mozgásakor átszakad.

³ HB – Brinell-féle keménység meghatározási módszer jelölése. Ennek során egy D átmérőjű edzett acél-, vagy keménységű golyót F terheléssel meghatározott ideig a vizsgálandó anyagba kell nyomni, és a terhelés megszüntetése után a benyomódás átmérőjét (d) meg kell mérni.

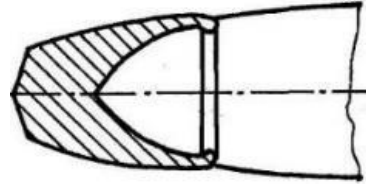


3. ábra Nagykeményességű páncél átütése

A lövedék közepes keménységű (281–360 HB) páncélba csapódása esetén a páncél (2. ábra) felülete kagylósan, szilánkosan roncsolódik, kráter keletkezik. A lövedék további mozgása során a páncél deformációja nyíródjó jellegű, anyagából dugó keletkezik, melyet a tovább mozgó lövedék a páncélból kiüt. A nagykeményességű (361–560 HB) páncél (3. ábra) átütése csak az utolsó fázisban tér el a közepes keménységűtől. A lövedék áthaladásakor a páncél belső felületének viszonylag nagy darabja is kitörik, kiszakad.



4. ábra Védőköpeny alkalmazása



5. ábra Páncéltörő lövedék

A nagykeményességű homogén páncél átütésekor még a megnövelt szilárdságú lövedék fejrész is erősen deformálódik, hatékonysága jelentősen csökken. A megoldását az 4. ábrán látható kialakítás jelentheti, ahol a páncéltörő lövedék acélmagjára speciálisan tompított és feszültséggyűjtő hornyokkal ellátott köpenyt erősítenek. A köpeny és az acélmag keménysége nem egyforma, általában a mag a keményebb. A behatolása során a köpeny roncsolódik és leválik, de az acélmag megőrzi épségét és páncéltörő képességét.

A homogén páncéllal ellentétben a heterogén páncél szerkezete réteges, a felső, cementált réteg a páncél teljes vastagságának 15–40%-át képezi és rendkívül kemény és rideg. A második réteg jellemző tulajdonsága a szívósság. E két réteg kombinációja biztosítja a heterogén páncél speciális ellenálló képességét és ennek köszönhetően szilárdsága nagyobb, mint a homogén páncélé ezért áttörésére tompított, vagy páncéltörő hegygel ellátott lövedékeket alkalmaznak. A kemény, rideg anyagból készült törőhegy átüti a cementált réteget, ezáltal maga is roncsolódik, de megvédi a lövedéket a deformációtól (5. ábra). A további folyamat a kis- és közepes keménységű homogén páncél átütésénél tárgyalnak szerint zajlik le.

A lövedék páncéltörő képességét az

$$m \frac{dv}{dt} = -F(y, v) \quad (1)$$

ahol:

m – a lövedék tömege, [kg];
 $F(y, v)$ – közegellenállási erő.

mozgásegyenlet $y=0$, $v=v_c$ kezdeti feltételekkel történő megoldásával és kísérleti eredmények segítségével lehet értékelni.

Az adott b vastagságú páncél áttöréséhez szükséges sebességet a következő összefüggés segítségével számíthatjuk ki:

$$v_c = K \cdot \frac{d^{0,75} b^{0,7}}{m^{0,5} \sin \theta_c} \text{ [m/s]} \quad (2)$$

ahol:

v_c – a páncéltörő lövedék szükséges sebessége becsapódáskor;

K – a páncél és a lövedék tulajdonságaitól függő együttható (számértéke homogén páncélra 1600–2000, heterogén páncélra pedig 2000–3000)⁴;

d – a lövedék átmérője, [m];

m – a lövedék tömege, [kg];

b – a páncél vastagsága, [m];

θ_c – a becsapódás szöge (a páncél felülete és a lövedék hossz tengelye között mért 90° vagy annál kisebb szög);

$F(y, v)$ – közegellenállási erő.

Ez az egyenlet azt mutatja meg, hogy mekkora becsapódási sebességgel kell rendelkeznie a lövedéknek, hogy egy adott vastagságú páncélt képes legyen átütöni. Ha ezt az összefüggést megfordítjuk, akkor választ kaphatunk arra a kérdésre, hogy egy adott repülőfedélzeti tűzfegyverrel mekkora a maximálisan átüthető páncél vastagsága.

$$b = \sqrt[0,7]{\frac{v_c \cdot m^{0,5} \cdot \sin \theta_c}{K \cdot d^{0,75}}} \quad (3)$$

Ehhez viszont ismernünk kell a becsapódási sebességet v_c -t, amit szeretnénk meghatározni.

A lövedék röppálya elemei és mozgás egyenlete a légi lövészet ballisztikai feladat megoldása

A légi lövészet rendelkezik néhány sajátossággal:

- a lövészet kis távolságra megy végbe;
- a lövedék kirepülési pontja valamilyen H magasságon van;
- a lövészet egy mozgó platformról megy végbe, ami egy repülőgép.

A lövedék röppálya elemei légi lövészet esetében meghatározott elnevezésekkel rendelkeznek. A lövedék kezdősebessége, figyelembe véve a repülőgép sebességét is, abszolút kezdősebességnek nevezzük és $\vec{v}_{01}$ -vel jelöljük:

$$\vec{v}_{01} = \vec{v}_0 + \vec{V} \quad (4)$$

ahol

⁴ A forrás irodalomban a K együtthatót mértékegység nélküli számként találtam csak meg, de ha megvizsgáljuk az (2) egyenletet, az csak akkor lehet igaz, ha $K \left[\frac{kg^{0,5} \cdot m}{m^{0,75} \cdot m^{0,7} \cdot s} \right]$ mértékegységgel rendelkezik.

- $\bar{v}_0$ – lövedék kezdősebessége a repülőgéphez viszonyítva, ami azonos a lövedék csőtorlati sebességével;
- $\bar{V}$ – a repülőgép sebessége a levegőhöz viszonyítva.

Általánosságban a $\bar{v}_{01}$ és $\bar{V}$ ballisztikai sebességeket Földhöz viszonyított illetve a levegőhöz viszonyított sebességeknek is nevezhetjük, mert a Nemzetközi Egyezményes Légkör szerint a szél sebességét nullának tekintjük. Ugyanakkor, ha figyelembe vesszük a számítási rendszer meghatározását – mi szerint a Földet, illetve a Föld koordinátarendszert – állónak tekintjük. Ennek értelmében is, mindenképpen abszolútnak tekinthetjük ezeket a sebességeket.

KÜLSŐ BALLISZTIKAI ALAPOK

Aerodinamikai erők

Egy áramlásba helyezett test (lövedék) körül különböző nyomások jönnek létre. Fizikából ismert, hogy a nyomás szorzata a felülettel erőt ad eredményül: $p \cdot A = F$.

Külső ballisztikában a nyomások által keltett erők (felhajtó erő, ellenállás erő stb.) geometriai, vagyis vektoriális összege az eredő légerőt adja, melynek a támadáspontját **nyomáspontnak** nevezzük, az erőt pedig a következőképpen határozhatjuk meg:

$$\bar{R} = c_R \cdot q \cdot S \quad (5)$$

ahol:

- $\bar{R}$ – eredő légerő;
- c_R – eredő légerő tényező;
- q – dinamikus nyomás, ($q = \rho \frac{v^2}{2}$ ahol v – az áramlás sebessége);
- S – a lövedék jellemző felülete (gá⁵. és gpu⁶. lövedékek esetében keresztmetszet) $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$.

Az összefüggésből látható, hogy minél nagyobb a dinamikus nyomás és a c_R tényező, annál nagyobb a lövedékre ható erő.

Az eredő légerőt – mivel térbeli mozgásról van szó – felbonthatjuk X , Y és Z összetevőkre. Az X a homlokellenállási erő, ami az áramlás irányával párhuzamos, Y és Z merőleges az áramlás irányára. Az Y -t felhajtó erőnek nevezzük, a Z -t pedig oldal erőnek nevezzük. (lásd 6. ábra)

Tehát az eredő légerő:

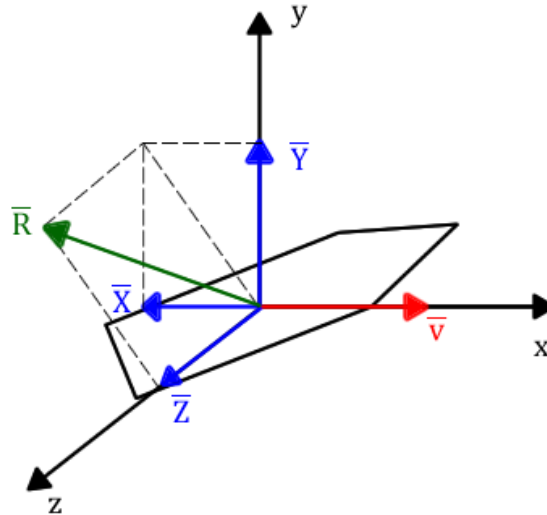
$$\bar{R} = \bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}, \quad (6)$$

ahol:

- $\bar{X}$ – homlokellenállási erő;
- $\bar{Y}$ – felhajtó erő;
- $\bar{Z}$ – oldalerő.

⁵ gá. – gépágyú;

⁶ gpu. – géppuska



6. ábra A teljes aerodinamikai erő és vetületei

Az eredő légerő vetületeit az x , y és z tengelyekre felírhatjuk a következőképpen:

$$\begin{aligned} R_x &= -c_x \cdot q \cdot S \\ R_y &= c_y \cdot q \cdot S \\ R_z &= -c_z \cdot q \cdot S \end{aligned} \quad (7)$$

ahol:

- c_x – ellenállási erőtényező⁷;
- c_y – felhajtóerő tényező;
- c_z – oldalerő tényező.

Gépágyú és géppuska lövedékek esetében e három tényező a következő argumentumoktól függ:

$$\begin{aligned} c_x &= c_x(M, \alpha, \beta) \\ c_y &= c_y(M, \alpha) \\ c_z &= c_z(M, \beta) \end{aligned} \quad (8)$$

ahol:

- M – Mach szám ($M = \frac{v_{helyi}}{a_{helyi}}$ – a helyi sebesség és hangsebesség hányadosa);
- α – állás szög;
- β – csúszási szög.

Homlokellenállási erő

A homlokellenállási erőt felbonthatjuk a következőképpen:

$$X = X_0 + X_i \quad (9)$$

ahol az X_0 – a „tisztá” homlokellenállási erő, mikor $\alpha = 0$ és $\beta = 0$, vagyis $\bar{Y} = 0$ és $\bar{Z} = 0$.

⁷ c_x – homlokellenállási erőtényező – angol nyelvterületen **drag coefficient** néven található, a jelölése pedig c_d , c_x , c_w lehet [3].

Az X_0 csak a lövedék alakjától és a megmunkálás minőségétől függ. X_i – indukált homlokellenállási erő, mikor $\bar{Y} \neq 0$ és $\bar{Z} \neq 0$.

Mivel $X = X_0 + X_i$, ebből következik, hogy

$$c_x = c_{x_0} + c_{x_i} \quad (10)$$

ahol:

- c_{x_0} – légellenállási erőtenyező, ha $c_y = 0$;
- c_{x_i} – indukált ellenállási erőtenyező, mikor $c_y \neq 0$.

A korábban leírtakból következik, hogy légellenállási erőtenyező csak az M -számtól függ $c_{x_0} = c_{x_0}(M)$.

Az indukált légellenállási erőtenyező közelítően meghatározható:

$$c_{x_i} = A \cdot c_y^2 \quad (11)$$

ahol:

- A – arányossági tényező, ami figyelembe veszi a lövedék geometriai kialakítását, de egy adott eszközre csak az M -számtól függ.

Tehát minél nagyobb a felhajtóerő tényező (c_y) annál nagyobb az indukált ellenállási erőtenyező (c_{x_i}).

A grafikonból (7. ábra) látható, hogy a felhajtóerő tényező (c_y) az állásszög (α) jelentős tartományában lineárisan növekszik. A lineáris szakasz iránytangens szöge az α tengelyhez viszonyítva megadható a $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta c_y}{\Delta \alpha}$ összefüggéssel.

A $\frac{\Delta c_y}{\Delta \alpha}$ hányadost c_y^α szimbólummal szokás jelölni és egyenlő a $\frac{dc_y}{d\alpha}$ differenciálhányadossal:

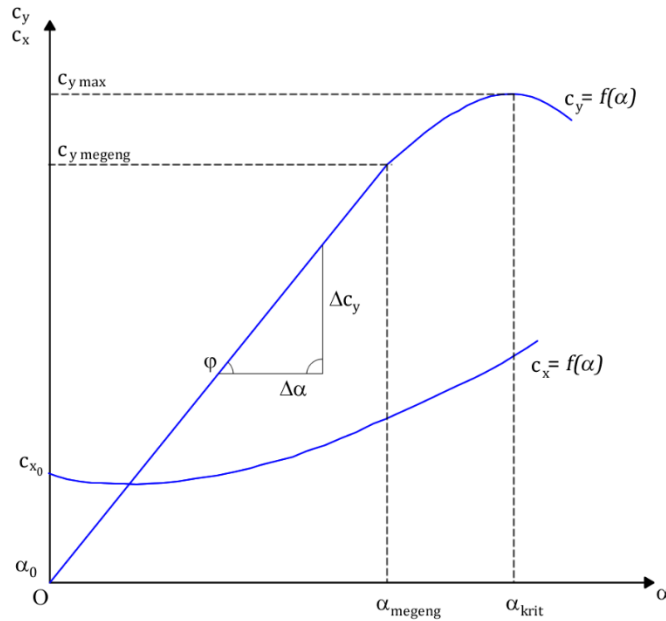
$$c_y^\alpha = \frac{dc_y}{d\alpha} \quad (12)$$

Innen látszik, hogy minél nagyobb a c_y^α , annál meredekebb a $c_y(\alpha)$.

A c_y felhajtóerő tényező növekszik, ha nő az α állásszög. Ugyanis ilyenkor a lövedék fölött a levegő nyomása csökken, alatta pedig növekszik. Ahol a c_y eléri a maximális értéket ($c_{y \max}$), azt az α szöget α_{krit} kritikusnak (α_{krit}) nevezzük. α_{krit} az üzemeltetés során nem megengedett érték, mert bekövetkezhet az áramlás leválása a lövedékről (átésés).

Az ábrán a $c_x(\alpha)$ függvény is látható. A c_x változásának az oka, hogy a c_x ellenállási erőtenyező függ a c_{x_i} indukált ellenállási erőtenyezőtől, ami pedig függ a c_y felhajtóerő tényezőtől, ez pedig függ az α -tól.

$$c_x = c_x(c_{x_i}); \quad c_{x_i} = c_{x_i}(c_y); \quad c_y = c_y(\alpha) \quad (12)$$



7. ábra c_x és c_y tényezők az állásszög α függvényében

Alakellenállási erőtenyező⁸

A gyakorlati feladatok megoldása légi lövészeteknél nagyban függ a kezdeti paraméterek helyes bevitelétől. A külső ballisztika egyik fontos feladata, a lövedék tömegközépponti mozgásparamétereinek meghatározása az idő függvényében, melyek alapján meghatározható a repülőfedélzeti célzókészülékek kezdeti paramétere. Az adatok megjelenítése kétféleképpen történhet algoritmus vagy táblázat (táblázatok) segítségével. Bármelyik módszert is alkalmazzuk, minden egyes lövedékre meg kell határozni a mozgás kezdeti feltételeit, valamint a lövedék ellenállási erőtenyezőjét $c_{x_0}(M)$. Gyakorlatilag ez azt jelenti, hogy egy adott repülő eszköz esetében, a rajta alkalmazott fedélzeti tűzfegyverhez alkalmazható minden típusú lövedékre meg kell határozni lövedék ellenállási erőtenyezőjét $c_{x_0}(M)$.

Mivel ez a erőtenyező minden lövedékre más és más alkalmazása elég nehézkes. Ezért a gyakorlati számítások során célszerűnek tűnik a $c_{x_0}(M)$ ellenállási erőtenyező helyett egy olyan jellemző szám ismerete, amely meghatározza a lövedék ballisztikai tulajdonságait. Ehhez $c_{x_0}(M)$ ellenállási erőtenyező felírható a következő összefüggés segítségével:

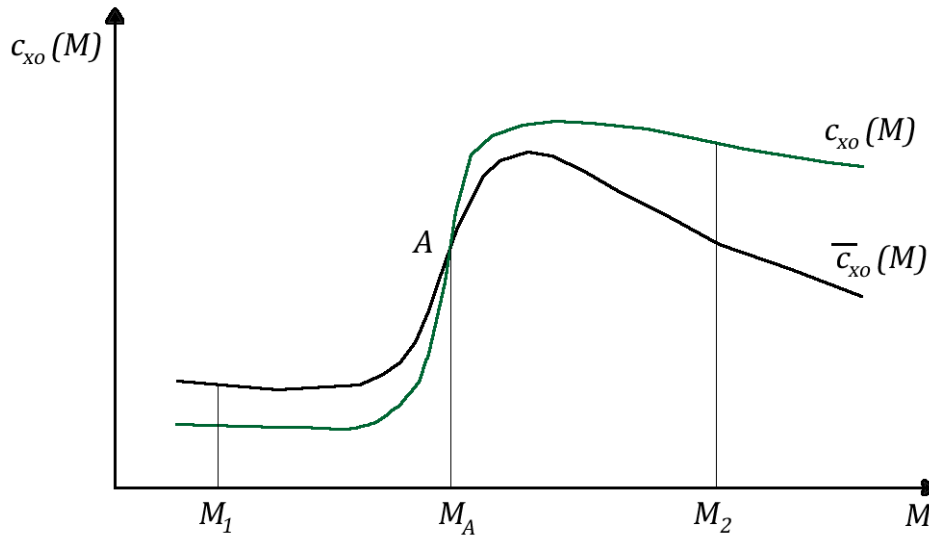
$$c_{x_0}(M) = i \bar{c}_{x_0}(M), \quad (13)$$

ahol:

- i – alakellenállási erőtenyező;
- $\bar{c}_{x_0}(M)$ – etalon ellenállási erőtenyező.

Az etalon ellenállási erőtenyező $\bar{c}_{x_0}(M)$ és a tényleges ellenállási erőtenyező $c_{x_0}(M)$ között meghatározott összefüggés van (ami nem fejezhető ki egyetlen szorzóval), melyet az M -szám függvényében a 8. ábrán látható.

⁸ alakellenállási erőtenyező – angol nyelvterületen **form factor** elnevezés használatos [4].



8. ábra Légellenállási erőtenyezők

A grafikonból jól látható, hogy ha $M < M_A$ az alaki tényező $i < 1$, illetve ha $M > M_A$, akkor $i > 1$. Általános esetben:

$$i = i(M). \quad (14)$$

Ugyanakkor minden egyes M -szám intervallumra meghatározható egy középérték. Ebből következik, hogy minden egyes lövedék esetében meghatározható egy állandó i érték ($i = \text{konstans}$), a légellenállási erőtenyező $c_{x0}(M)$ és az etalon légellenállási erőtenyező $\bar{c}_{x0}(M)$ középértékeinek hányadosa segítségével:

$$i = \left| \frac{c_{x0}(M)}{\bar{c}_{x0}(M)} \right|_{\text{köz.}} \quad (15)$$

Az az M -szám tartomány melyre meghatározzuk az i alakellenállási erőtenyezőt függeni fog a lövedék formájától és az alkalmazás feltételeitől. Ha az alkalmazás kezdeti feltételei széles tartományban változnak, akkor az adott lövedék alaki tényezője is széles (szélesebb a korábbihoz képest) határok között változhat.

GYAKORLATI ALKALMAZÁSA

A feladat megfogalmazása. Egy harci helikopter a fedélzeti 30 mm-es géppágyújával páncélozott csapatszállító harcjárművekre tüzel. Képes-e megsemmisíteni az adott harcjárművet, illetve mekkora az a távolság ahonnan már átüti annak páncélzatát. A csapatszállító harcjárműveknek a páncélvédelme, anélkül, hogy konkrét típust vennék alapul, kb. 5–50 mm. A helikopter fedélzeti 30 mm-es géppágyú lövedékének a kezdősebessége 900 m/s, a lövedék tömege 400 g.

Az átüthető páncél vastagságát a (3)-as összefüggés segítségével határozható meg. Az összefüggésben szereplő v_c becsapódási sebesség meghatározása kétparaméteres ballisztikai táblázatok segítségével történik. A táblázatokban a következő függvények értékei találhatók:

- sebességfüggvény $g_u(c_H D, v_{01})$ (melléklet 1. táblázat);
- süllyedésfüggvény $g_\eta(c_H D, v_{01})$ (melléklet 2. táblázat);

- időfüggvény $g_t(c_H D, v_{01})$ (melléklet 3. táblázat);

A függvényekben szereplő $c_H D$ szorzatot a következő összefüggés segítségével lehet meghatározni:

$$c_H D = c \cdot H(H) \cdot D \quad (16)$$

ahol:

- $c_H = c \cdot H(H)$;
- $c = \frac{id^2}{m} 10^3$ – a lövedék ballisztikai együttthatója⁹;
- H – a tengerszinthez viszonyított magasság;
- $H(H)^{10} = \sqrt{\frac{T_{0N}}{T_N(H)}}$ – a Nemzetközi Egyezményes Légkör (ISA – International Standard Atmosphere) alapján;
- T_{0N} – az ISA szerint a tengerszinten meghatározott hőmérséklet Kelvinben [5];
- T_N – az ISA szerint a repülési magasságra meghatározott hőmérséklet Kelvinben [5];
- D – céltávolság. Légilövészet esetében a ferde céltávolság.

A függvények segítségével a következőket tudjuk meghatározni:

- becsapódási sebesség:

$$v_c = v_{01} g_u(c_H D, v_{01}) \quad (17)$$

- a lövedék süllyedését:

$$\eta_c = \frac{g D^2}{2 v_{01}^2} g_\eta(c_H D, v_{01}) \quad (18)$$

- a lövedék repülési idejét:

$$t_c = \frac{D}{v_{01}} g_t(c_H D, v_{01}) \quad (19)$$

- a lövedék becsapódási szögét

$$\alpha = \frac{g D}{2 v_{01}^2} \cos \varepsilon g_\eta(c_H D, v_{01}) \quad (20)$$

A táblázatok használata, interpoláció

Ha két paraméteres ballisztikai táblázatok bemeneti értékei közé esik a keresett érték, akkor a következő interpolációt kell végrehajtani, a 1. táblázat jelölését alkalmazva:

	v_{01}^1	v_{01}^2
$c_H D^1$	g_u^{11}	g_u^{12}
$c_H D^2$	g_u^{21}	g_u^{22}

1. táblázat A ballisztikai táblázatok használata

⁹ ballisztikai együtttható – angol nyelvterületen **ballistic coefficient** elnevezés használatos és a BC rövidítést alkalmazzák az összefüggésekben [4]

¹⁰ Szokás még $H(v)$ -nal is jelölni (A szerző megjegyzése).

v_{01} köztes értéke esetén:

$$g_u = g_u^{11} + \frac{g_u^{12} - g_u^{11}}{v_{01}^2 - v_{01}^1} (v_{01} - v_{01}^1) \quad (21)$$

$c_H D$ köztes értéke esetén:

$$g_u = g_u^{11} + \frac{|g_u^{21} - g_u^{11}|}{c_H D^2 - c_H D^1} (c_H D - c_H D^1) \quad (22)$$

Minkét bemeneti érték esetében:

$$g_u = g_u^{11} + \frac{g_u^{12} - g_u^{11}}{v_{01}^2 - v_{01}^1} (v_{01} - v_{01}^1) + \frac{|g_u^{21} - g_u^{11}|}{c_H D^2 - c_H D^1} (c_H D - c_H D^1) \quad (23)$$

ahol:

- $c_H D^1 < c_H D < c_H D^2$ és/vagy $v_{01}^1 < v_{01} < v_{01}^2$;
- v_{01} – a számított repülési sebesség értéke, ami a táblázatban nem található;
- $c_H D$ – a számított repülési sebesség értéke, ami a táblázatban nem található.

A fenti összefüggések közül a v_c becsapódási sebességre (17) van szükség.

A gépágyúk hatásos lőtávolsága általában kb. 3500 m, ezért a számításokat 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500 és 4000 m-es lőtávolságokra célszerű elvégezni.

A számítás során a páncél keménységét K -t három értékkel kell behelyettesíteni $K_1=1600$, $K_2=2000$, $K_3=3000$ (a részletes magyarázatot lásd fentebb).

Az M -szám függvényében a légellenállási tényező, az etalon légellenállási erőtenyező és az adott M -számra jellemző i alakellenállási erőtenyező az 2. táblázatban láthatók.

M	$c_{x0}(M)$	$\bar{c}_{x0}(M)$	i	M	$c_{x0}(M)$	$\bar{c}_{x0}(M)$	i
0	0,255	0,306	0,28	2,0	0,694	0,540	0,61
0,1	0,255	0,306	0,28	2,1	0,681	0,520	0,59
0,2	0,255	0,306	0,28	2,2	0,667	0,510	0,58
0,3	0,256	0,307	0,28	2,3	0,653	0,500	0,57
0,4	0,256	0,307	0,28	2,4	0,639	0,490	0,55
0,5	0,257	0,308	0,28	2,5	0,625	0,480	0,54
0,6	0,259	0,318	0,29	2,6	0,611	0,475	0,53
0,7	0,266	0,350	0,30	2,7	0,597	0,465	0,52
0,8	0,285	0,400	0,33	2,8	0,585	0,458	0,51
0,9	0,405	0,480	0,44	2,9	0,572	0,440	0,50
1,0	0,546	0,546	0,55	3,0	0,559	0,430	0,49
1,1	0,639	0,585	0,61	3,1	0,546	0,420	0,47
1,2	0,690	0,621	0,65	3,2	0,536	0,410	0,46
1,3	0,718	0,646	0,68	3,3	0,524	0,400	0,45
1,4	0,731	0,651	0,69	3,4	0,514	0,390	0,44
1,5	0,734	0,650	0,69	3,5	0,503	0,380	0,43
1,6	0,734	0,630	0,68	3,6	0,493	0,370	0,42
1,7	0,728	0,610	0,66	3,7	0,483	0,360	0,41
1,8	0,718	0,590	0,65	3,8	0,474	0,350	0,40
1,9	0,707	0,560	0,62	3,9	0,464	0,340	0,39
2,0	0,694	0,540	0,61	4,0	0,456	0,330	0,38

2. táblázat A $c_{x0}(M)$ és a $\bar{c}_{x0}(M)$ értékei az M szám függvényében

Gyakorlati példa

A feladat megfogalmazása már fentebb megtörtént, de a feladat végrehajtásához szükség van még a helikopter repülési sebességére is. Ebben a konkrét esetben a számítást három jellemző esetre célszerű végrehajtani:

- ha a lövészet függeszkedő helikopterről történik;
- a lövészet egy harci sebességgel repülő helikopterről történik;
- ha a lövészet egy köztes sebességgel repülő helikopterről történik.

Ismert adatok:

- $d = 30$ mm – űrméret;
- $m = 400$ g – lövedék tömege;
- $v_0 = 900$ m/s – a lövedék torkolati sebessége;
- $V = 0, 40, 80$ m/s – repülési sebesség¹¹;
- $v_{01} = v_0 + V = 900, 940, 980$ m/s – a lövedék abszolút kezdősebessége;
- $\theta_c = 90^\circ$ – a lövedék becsapódási szöge¹²;
- $K_1 = 1600, K_2 = 2000, K_3 = 3000$;
- $D = 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000$ m

Számított adatok

Az i értékének számítása során, mivel a lövedék repülési sebessége 900 és 980 m/s között mozog, amit M számban kifejezve (ha a hangsebességet a_0 és $a_{500\text{ m}}$ átlagának vesszük, ami 339,35 m/s-nak felel meg) 2,64–2,88 közötti értéket kapunk. A 2. táblázatnak megfelelően, kijelölhető az az M tartomány, amelyre a számításokat elvégezhetjük. Ez a tartomány a $M=2,6\text{--}2,9$. Ennek megfelelően az i értéke a (15)-ös összefüggés alapján és a 2. táblázat értékeit felhasználva:

- $i = 0,515$;

A c kiszámítása során a tömeget kg -ban, az űrméretet pedig m -ben kell a képletbe helyettesíteni, de ha megtartjuk a fent megadott mértékegységeket g és mm , akkor elhagyható a 10^3 -al való szorzás.

- $c = \frac{id^2}{m} 10^3 = \frac{0,515 \cdot 30^2}{400} = 1,1588$;
- $T_{0N} = 288,15$ K [5];
- $T_N(H = 500\text{ m}) = 284,9$ K [5];
- $H(H) = \sqrt{\frac{T_{0N}}{T_N(H)}} = \sqrt{\frac{288,15\text{ K}}{284,9\text{ K}}} = 1,0057$.

Az eddig kiszámítottak után a v_{01H} értékét határozzuk meg:

- $v_{01H} = v_{01} \cdot H(H)$ – az abszolút kezdősebesség magasságra származtatott értéke (az értékei a 4. táblázatban találhatók).

¹¹ A harci helikopterek maximális repülési sebessége 300 km/h fölött van. A 80 m/s = 288 km/h repülési sebesség a harci sebességnek felel meg.

¹² A számítás során alkalmazott lőtávolságok esetében, a lövedék ballisztikai röppályájából adódó becsapódási szög változás nem éri el az 5° -ot. Ezért a számítás során ezt folyamatosan 90° -nak vesszük. (Szerző megjegyzése)

A fentebb kiszámított értékekből és a céltávolságból meghatározható a $c_H D$ értékei:

- $c_H D = c \cdot H(H) \cdot D$ (az értékei a 3. táblázatban találhatók).

D [m]	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$c_H D$	583	1165	1748	2331	2913	3496	4079	4661

3. táblázat

A $c_H D$ ismeretében a sebesség függvény segítségével meghatározhatók az adott távolságokra jellemző függvény értékek

- $g_u(c_H D, v_{01H})$ – a melléklet 1. táblázatának segítségével. Az értékeket lásd a 4. táblázatban.

A fentebbi $g_u(c_H D, v_{01H})$ függvény értékeinek segítségével meghatározható az adott távolságra jellemző becsapódási sebesség v_c :

- $v_c = v_{01H} \cdot g_u(c_H D, v_{01H})$ – becsapódási sebesség (lásd 4. táblázat).

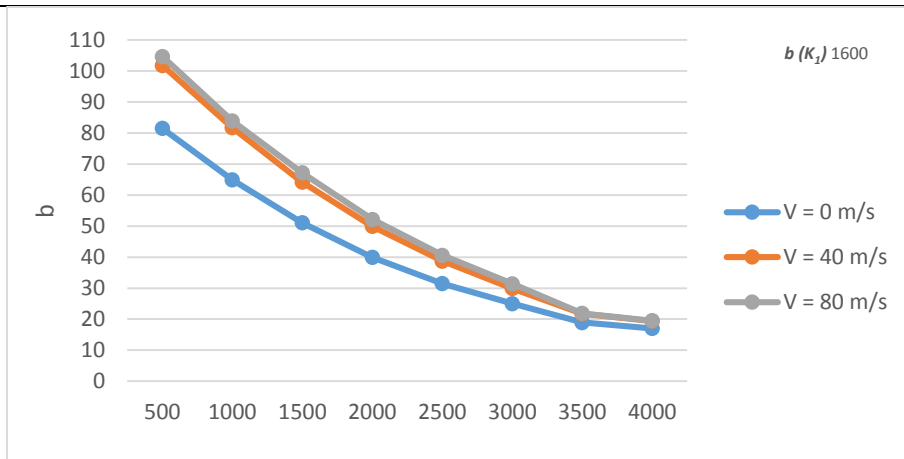
A becsapódási sebesség függvényében pedig meghatározható az adott távolságon átüthető maximális páncél vastagsága:

- $b = \sqrt[0,7]{\frac{v_c \cdot m^{0,5} \cdot \sin \theta_c}{K \cdot d^{0,75}}}$ – az átüthető páncél vastagsága (lásd 4. táblázat).

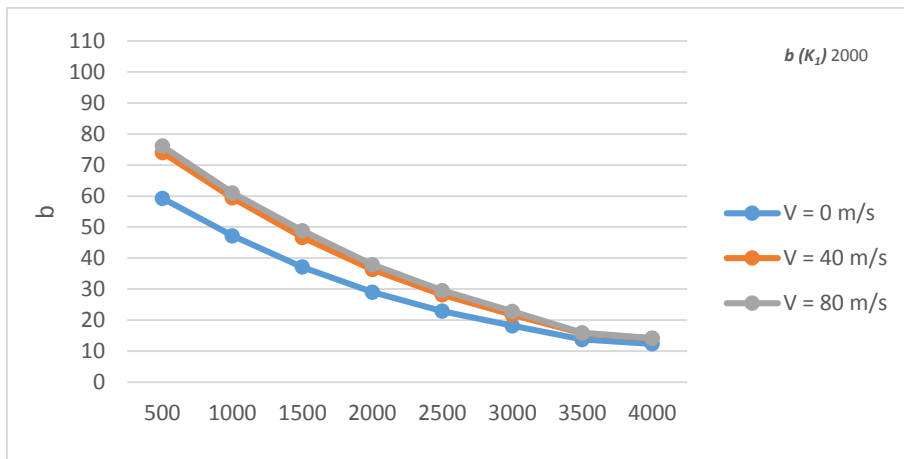
D [m]	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
$c_H D$	583	1165	1748	2331	2913	3496	4079	4661
$V = 0$ m/s		$v_{01} = 900$ m/s				$v_{01H} = 905$ m/s		
g_u	0,875	0,746	0,631	0,531	0,449	0,383	0,315	0,292
v_c [m/s]	792	675	571	481	407	347	285	265
b (K ₁) 1600	82	65	51	40	31	25	19	17
b (K ₂) 2000	59	47	37	29	23	18	14	12
b (K ₃) 3000	33	26	21	16	13	10	8	7
$V = 40$ m/s		$v_{01} = 940$ m/s				$v_{01H} = 945$ m/s		
g_u	0,979	0,839	0,709	0,595	0,498	0,415	0,332	0,307
v_c [m/s]	925	793	670	562	471	393	314	290
b (K ₁) 1600	102	82	64	50	39	30	22	19
b (K ₂) 2000	74	59	47	36	28	22	16	14
b (K ₃) 3000	41	33	26	20	16	12	9	8
$V = 80$ m/s		$v_{01} = 980$ m/s				$v_{01H} = 986$ m/s		
g_u	0,958	0,820	0,702	0,588	0,494	0,412	0,320	0,295
v_c [m/s]	944	808	692	579	486	406	315	291
b (K ₁) 1600	105	84	67	52	41	31	22	19
b (K ₂) 2000	76	61	49	38	30	23	16	14
b (K ₃) 3000	43	34	27	21	17	13	9	8

4. táblázat Az átüthető páncél vastagsága b látható mm-ben

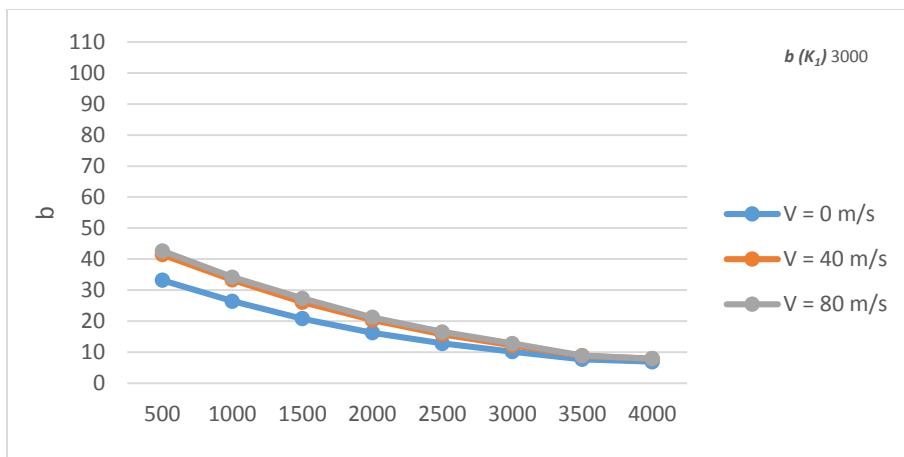
A 4. táblázatban az átüthető páncél vastagsága b látható mm-ben. A táblázatból készült grafikonok (lásd 9–10. ábrák) szemléletesen bemutatják az átüthető páncél vastagsága közötti különbségeket a repülési sebesség változásának hatására.



9. ábra Az átüthető páncél vastagsága b [mm]
kis keménységű páncél esetében $K_1 = 1600$



10. ábra Az átüthető páncél vastagsága b [mm]
közepes keménységű páncél esetében $K_2 = 2000$



11. ábra Az átüthető páncél maximális vastagsága b [mm]
nagy keménységű páncél esetében $K_3 = 3000$;

A grafikonokból és a táblázatból (lásd 4. táblázat) is megfigyelhető, hogy a repülési sebesség növekedés növekedésével, mivel nő a lövedék abszolút kezdősebessége, növekszik az átüthető páncél vastagsága.

A lövedék süllyedése

Ezt nem számítjuk ki minden esetre. Kiragadunk egy kiemelt esetet, melyre meghatározzuk a lövedék süllyedését, becsapódási szögét és repülési idejét.

Ez az eset a fentebbi feladat adatai alapján egy függeszkedő helikopterről, 2000 m-es lőtávolságra történő lövészet esetében. A lövedék süllyedését a (18)-as összefüggés alapján számíthatjuk ki. A süllyedés függvényét $g_\eta(c_H D, v_{01})$ a melléklet 2. táblázatában találhatjuk meg. Pirossal szerepelnek azok az értékek a táblázatban, melyeket ehhez a konkrét feladathoz interpolálni szükséges a (22)-es összefüggéssel.

$$\eta_c = \frac{g D^2}{2 v_{01}^2} g_\eta(c_H D, v_{01}) = \frac{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2000^2 m^2}{2 \cdot 900^2 \frac{m^2}{s^2}} 1,74619 = 42,2966 m$$

vagyis az adott gépágyú lövedéknek a süllyedése 2000 m-es lőtávolság esetén kb. 42 m.

A lövedék repülési ideje

A lövedék repülési idejét a (19)-es összefüggés alapján számítjuk ki. A süllyedés függvényét $g_t(c_H D, v_{01})$ a melléklet 3. táblázatában találhatjuk meg. Pirossal szerepelnek azok az értékek a táblázatban, melyeket ehhez a konkrét feladathoz interpolálni szükséges a (22)-es összefüggéssel.

$$t_c = \frac{D}{v_{01}} g_t(c_H D, v_{01}) = \frac{2000 m}{900 \frac{m}{s}} 1,491342 = 1,6054 s$$

vagyis kerekítve 1,61 sec alatt repül el az adott gépágyú lövedék a célíg.

A lövedék becsapódási szöge

A lövedék becsapódási szögét a (20)-as összefüggés segítségével határozhatjuk meg. A süllyedés függvényét $g_\eta(c_H D, v_{01})$ a melléklet 2. táblázatában találhatjuk meg. Pirossal szerepelnek azok az értékek a táblázatban, melyeket ehhez a konkrét feladathoz interpolálni szükséges a (22)-es összefüggéssel

$$\alpha = \frac{g D}{2 v_{01}^2} \cos \varepsilon g_\eta(c_H D, v_{01}) = \frac{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2000 m}{2 \cdot 900^2 \frac{m^2}{s^2}} 1,74619 = 0,02115 rad = 1,21^\circ$$

vagyis $98,79^\circ$ a becsapódási szög.

ÖSSZEGZÉS

A számítási feladatból is jó látható, hogy egy nagyon összetett feladatról van szó, mely számszerűen megmutatja azt, hogy egy repülőfedélzeti tűzfegyvernek mekkora a páncélátütő képessége. Az is egyértelműen megállapítható a számok tükrében, hogy egy adott átütési paraméterekkel rendelkező tűzfegyver ellen, milyen minőségű és milyen vastag páncél, ami védelmet biztosíthat. Ebből is belátható, hogy egy felfegyverzett helikopter nem egyenértékű egy harci helikopterrel.

A későbbiekben tervezem egy fedélzeti tűzfegyvereket összehasonlító publikáció megírását is.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] В. С. Чуйко: Внешняя баллистика абляционных ракет и счарядов, издание ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1976, ст. 80-153, 241-252
- [2] Zsilák András: Külső ballisztika, MN Kilián György repülő Műszaki Főiskola, 1987
- [3] Wikipedia The Free Encyclopaedia: Drag coefficient, (online) url: http://en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient, (2014.05.10)
- [4] Wikipedia The Free Encyclopaedia: Ballistic coefficient, (online) url: http://en.wikipedia.org/wiki/Ballistic_coefficient#Freeware_small_arms_ballistic_coefficient_calculators, (2014.05.10)
- [5] The Engineering ToolBox: International Standard Atmosphere, (online), url: http://www.engineeringtoolbox.com/international-standard-atmosphere-d_985.html (2014.05.10)



MELLÉKLET

		V01																				
		500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200	1250	1300	1350	1400	1450	1500
c _H D	0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	500	0,843	0,841	0,840	0,843	0,846	0,850	0,854	0,857	0,861	0,866	0,869	0,873	8,760	0,881	0,884	0,888	0,890	0,893	0,896	0,898	0,901
	1000	0,721	0,711	0,708	0,709	0,712	0,715	0,720	0,726	0,732	0,738	0,745	0,752	0,759	0,765	0,771	0,777	0,783	0,788	0,794	0,799	0,804
	1500	0,636	0,616	0,606	0,601	0,600	0,602	0,605	0,606	0,616	0,626	0,634	0,642	0,650	0,580	0,666	0,674	0,682	0,690	0,696	0,703	0,710
	2000	0,581	0,553	0,533	0,520	0,513	0,510	0,510	0,513	0,519	0,525	0,533	0,541	0,550	0,559	0,568	0,577	0,586	0,595	0,604	0,613	0,621
	2500	0,542	0,510	0,486	0,468	0,454	0,444	0,440	0,439	0,440	0,444	0,448	0,455	0,462	0,470	0,480	0,488	0,498	0,508	0,517	0,527	0,536
	3000	0,507	0,478	0,453	0,431	0,414	0,400	0,391	0,384	0,380	0,379	0,381	0,384	0,390	0,396	0,403	0,412	0,420	0,429	0,438	0,447	0,457
	3500	0,476	0,448	0,424	0,404	0,386	0,371	0,358	0,348	0,340	0,335	0,332	0,331	0,333	0,336	0,340	0,346	0,353	0,360	0,369	0,378	0,387
	4000	0,447	0,421	0,398	0,378	0,362	0,347	0,334	0,323	0,314	0,306	0,300	0,295	0,292	0,292	0,292	0,295	0,299	0,305	0,311	0,318	0,325
	4500	0,420	0,395	0,374	0,356	0,340	0,326	0,313	0,302	0,293	0,285	0,277	0,272	0,267	0,264	0,261	0,260	0,260	0,263	0,266	0,270	0,275
	5000	0,396	0,372	0,352	0,334	0,319	0,306	0,293	0,284	0,275	0,267	0,260	0,253	0,248	0,243	0,238	0,236	0,234	0,232	0,233	0,235	0,239

1. táblázat Sebességfüggvény $g_u(c_H D, v_{01})$;

		V ₀₁																				
		500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200	1250	1300	1350	1400	1450	1500
c _H D	0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	500	1,126	1,128	1,126	1,124	1,122	1,118	1,114	1,109	1,105	1,102	1,098	1,094	1,091	1,088	1,086	1,084	1,082	1,079	1,076	1,074	1,072
	1000	1,272	1,277	1,277	1,272	1,266	1,258	1,250	1,241	1,232	1,224	1,216	1,209	1,202	1,195	1,189	1,183	1,177	1,171	1,165	1,160	1,155
	1500	1,434	1,451	1,456	1,454	1,445	1,434	1,422	1,406	1,391	1,377	1,364	1,350	1,338	1,326	1,314	1,303	1,292	1,282	1,272	1,262	1,254
	2000	1,605	1,642	1,661	1,665	1,658	1,646	1,629	1,608	1,586	1,564	1,543	1,523	1,503	1,484	1,465	1,447	1,430	1,414	1,399	1,385	1,371
	2500	1,775	1,842	1,884	1,904	1,908	1,900	1,883	1,859	1,831	1,802	1,772	1,741	1,771	1,682	1,654	1,627	1,602	1,578	1,555	1,534	1,514
	3000	1,941	2,04	2,11	2,16	2,18	2,19	2,18	2,16	2,13	2,09	2,05	2,01	1,969	1,928	1,889	1,851	1,814	1,779	1,746	1,715	1,687
	3500	2,10	2,24	2,34	2,42	2,47	2,50	2,50	2,50	2,48	2,44	2,40	2,34	2,29	2,24	2,18	2,14	2,08	2,03	1,986	1,944	1,905
	4000	2,27	2,44	2,57	2,68	2,77	2,82	2,86	2,87	2,86	2,84	2,80	2,74	2,68	2,62	2,56	2,49	2,42	2,35	2,29	2,23	2,18
	4500	2,44	2,63	2,81	2,95	3,07	3,16	3,22	3,26	3,28	3,27	3,24	3,21	3,15	3,09	3,01	2,93	2,85	2,76	2,68	2,61	2,53
	5000	2,61	2,84	3,04	3,22	3,37	3,50	3,59	3,66	3,71	3,73	3,73	3,70	3,66	3,60	3,53	3,45	3,36	3,26	3,17	3,07	2,98

2. táblázat Süllyedésfüggvény $g_\eta(c_H D, v_{01})$



		V01																					
		500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200	1250	1300	1350	1400	1450	1500	
c _H D	0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
	500	1,092	1,094	1,093	1,091	1,088	1,086	1,083	1,080	1,078	1,076	1,073	1,070	1,068	1,066	1,064	1,062	1,060	1,058	1,056	1,054	1,053	
	1000	1,190	1,195	1,196	1,193	1,189	1,184	1,179	1,174	1,168	1,163	1,158	1,152	1,147	1,142	1,138	1,134	1,129	1,125	1,121	1,117	1,113	
	1500	1,288	1,302	1,308	1,308	1,304	1,300	1,293	1,284	1,285	1,266	1,257	1,248	1,240	1,252	1,224	1,216	1,208	1,202	1,195	1,188	1,183	
	2000	1,378	1,406	1,423	1,430	1,431	1,428	1,421	1,410	1,398	1,386	1,374	1,361	1,348	1,335	1,323	1,311	1,300	1,290	1,280	1,272	1,264	
	2500	1,460	1,502	1,532	1,551	1,561	1,564	1,561	1,551	1,539	1,525	1,510	1,493	1,476	1,459	1,439	1,426	1,410	1,395	1,381	1,358	1,357	
	3000	1,534	1,589	1,633	1,665	1,687	1,700	1,704	1,700	1,692	1,679	1,662	1,643	1,623	1,602	1,581	1,560	1,539	1,519	1,500	1,483	1,467	
	3500	1,606	1,671	1,726	1,769	1,804	1,827	1,843	1,850	1,849	1,842	1,831	1,811	1,789	1,767	1,743	1,718	1,692	1,666	1,641	1,620	1,598	
	4000	1,676	1,750	1,814	1,868	1,913	1,948	1,974	1,992	2,000	2,000	1,990	1,985	1,968	1,947	1,992	1,895	1,865	1,835	1,806	1,777	1,751	
	4500	1,746	1,828	1,901	1,964	2,020	2,060	2,100	2,120	2,150	2,160	2,160	2,155	2,145	2,128	2,098	2,058	2,060	2,028	1,996	1,963	1,931	
	5000	1,818	1,907	1,986	2,060	2,010	2,180	2,220	2,260	2,280	2,310	2,320	2,320	2,320	2,310	2,300	2,280	2,260	2,240	2,200	2,180	2,140	

3. táblázat Időfüggvény $g_t(c_H D, v_{01})$