

A REPÜLŐGÉPVEZETŐ HAGYOMÁNYOS ÉS MODERN MATEMATIKAI MODELLEZÉSE A REPÜLŐGÉPEK IRÁNYÍTÁSI RENDSZERÉBEN

I. BEVEZETÉS

A repülőgépek repülésének automatizálása meglehetősen hosszú időre nyúlik vissza. Az első repülési robotpilóta 1927-ben történő megépítése óta töretlen az igény, hogy egyre több repülési fázisban az automatikus repülésszabályozó rendszer irányítsa a repülőgépeket. Nem szorul különösebb magyarázatra az a tény, hogy az utóbbi években a repülések automatizálása az egyik központi helyet foglalta el a repülőeszközök tervezése során.

Az univerzális robotpilótákat már a kisméretű modell-repülőgépek fedélzetére is beépítik, ezzel is segítvén a kevésbé képzett „pilóták” munkáját. Az informatika, a szenzortechnika, és a modern repülőgép tervezési- és építési technológiák alkalmazása lehetővé teszi, hogy miniatűr méretű repülésszabályozó rendszereket építsenek be a légi járművek fedélzetére.

Mára gyakorlatilag a repülés összes fázisa végrehajtható automatizált irányítás segítségével. Felmerül a kérdés, hogy egyáltalán szükség van-e repülőgépvezetőre, szükség van-e olyan személyre, aki szükség esetén kézi irányítással képes a repülőgépet irányítani?! A válasz kétségtelenül igen, hiszen számos olyan sajátos, nemhagyományos repülési módszer alakult ki az elmúlt években, amely szükségessé teszi a jól képzett repülőgépvezető jelenlétét a nemhagyományos repülések során is. Gondoljunk csak a mára egyre szélesebb körben alkalmazott felderítési célú pilóta nélküli repülőgépek emberi távirányítására, vagy a harcászati célra alkalmazott pilóta nélküli repülőgépek távirányítására.

Természetesen, a pilóta által irányított repülőgépek automatikus kormányzása esetén a pilóta, mintegy a „külső” szabályozási körbe bekapcsolva felügyeli a repülőgépvezetés folyamatát, és szükség esetén képes beavatkozni a repülőgép irányítási folyamatába. A repülőgép térbeli kormányzása során a végső döntés meghozatalára a repülőgépvezető feljogosított: ha üzemképtelennek ítéli meg az automatikus repülésszabályozó rendszert, akkor annak az üzemképtelennek vélt irányítási csatornáit – az esetek döntő többségében – kikapcsolhatja. Ez alól az elv alól csak a modern, aktív repülésszabályozó rendszerrel rendelkező repülőgépek **RSS (Relaxed Static Stability)** üzemmódjai képeznek kivételt, hiszen eme üzemmódok biztosítják a hosszirányú statikus instabilitással rendelkező repülőgépek dinamikus stabilitását, más szóval: a modern repülőgép irányíthatóságát és kormányozhatóságát.

A szerző célja összefoglalni a pilóták tevékenységének matematikai modellezésére vonatkozó fontosabb elméleti ismereteket, bemutatni és levezetni néhány matematikai modellt, amelyek közül az átviteli függvény módszert, és az állapotter-módszert veszi górcső alá a szerző. Az elméleti ismeretek összefoglalása után egy gyakorlati példát mutat be a szerző, amelyben bemutatja, hogy az emberi irányítású repülőgépek repülésszabályozó rendszere és az irányító pilóta milyen módon hatnak egymásra, illetve milyen módon befolyásolják a repülőgép stabilitását, és végső soron a repülés biztonságát.

II. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

Az emberi szervezet-, illetve a repülőgépvezetők tevékenysége matematikai modellezésének elméleti alapjait elsőként McRuer, Krendel és Graham fektették le [1, 2, 3]. Később Dillow pontosította a „Paper Pilot” modelleket [4]. McRuer és Krendel az [5] irodalomban adja meg a pilóta viselkedésének-, illetve a tevékenységének matematikai modelljét. A [7, 8, 9, 10, 11]

irodalmak, támaszkodva az elméleti alaplásokra, már gyakorlati alkalmazásokról is írnak. Többek között azt is vizsgálják, hogy a pilóta matematikai modellje hogyan illeszkedik a repülőgép zárt irányítási rendszerébe.

A cikkben hivatkozott szakirodalmak problémafelvetése közös elvi alapokon nyugszik, amelyek az alábbiak voltak [6, 7, 8]:

- ✓ a pilóta egyes tevékenységéből eredő predikció;
- ✓ a kritikus repülési üzemmódok repülési szimulátoron történő létrehozása és annak kísérleti repülése;
- ✓ a teszt-repülési eredmények kiértékelése;
- ✓ a repülési szimulátorok tervezése;
- ✓ a repülési kísérletek eredményei alkalmazhatósági korlátainak meghatározása.

Eme motivációs tényezők azt eredményezték, hogy a modern repülő-szimulátorok új generációja, az ún. **FMS (Full Mission Simulator)** harcászati szimulátorok is megjelentek. A modern szimulátorok nemcsak a repülési alapfeladatok begyakorlását teszik lehetővé, hanem a bonyolult repülési feladatok (pl. légi harc, bombavetés, felderítés, leszállás, áttartolás, kis-magasságú repülés, légi utántöltés, kötelékrepülés) begyakorlását is.

Könnyű belátni, hogy a repülőgépvezető tevékenysége a repülés során – általános esetben – többrétű, és adaptív jellegű. A repülőgépvezető még az azonos jellegű feladatok végrehajtása során is tanul, illetve repülési tapasztalatokat gyűjt. Eme tények ismerete - a repülőgépvezető matematikai modelljének meghatározása során – a felállítandó modell következő ismérveit vetíti előre [6, 7, 8]:

- ✓ a repülőgépvezető tevékenysége időinvariáns differenciál-egyenletekkel írható le;
- ✓ a differenciál-egyenletek vagy lineárisak, vagy pedig nemlineárisak;
- ✓ a differenciál-egyenletek lehetnek folytonosak, de lehetnek akár mintavételes differenciálegyenletek is;
- ✓ a repülőgépvezető matematikai modellje lehet egyváltozós (klasszikus, hagyományos), vagy többváltozós (modern, állapotterez).

A pilóta matematikai modelljét – általában – arra az esetre állítják fel, amikor valamilyen műszeres kijelző (pl. Head up Display – HUD, Head Down Display – HDD, parancsközlő műszer, nullindikátor) segítségével egy, vagy több jelet követnie kell, esetleg megadott parancsokat kell végrehajtania. A repülőgépvezető matematikai modelljének meghatározására valós kísérleti repülések adatsorait, vagy kísérleti szimulátorok adatsorait szokás használni.

Számos kísérlet azt igazolta, hogy a repülőgépvezető tevékenysége nemlineáris egyenletekkel írható le pontosan, ezért kézenfekvő, hogy a pilóta tevékenysége leginkább a leíró függvény irányítástechnikai-matematikai modellel adható meg. A leíró függvény alkalmazhatóságának igazolására ún. remanens, vagyis „maradó” tagot vezetnek be a matematikai modellben, amely biztosítja, hogy a pilóta vágási körfrekvenciára felírt matematikai modellje helyes [6, 7, 8, 10, 11]. Különösképpen igaz ez helikopter-pilóták matematikai modelljének felírására, hiszen a pilóta matematikai modelljének esetleges egyszerűsítése itt komoly veszéllyel, akár a zárt szabályozási rendszerek stabilitásának elvesztésével is járhat. Ezért tehát célszerű a pilóta bonyolultabb matematikai modelljének alkalmazása [6, 7, 8, 10, 11].

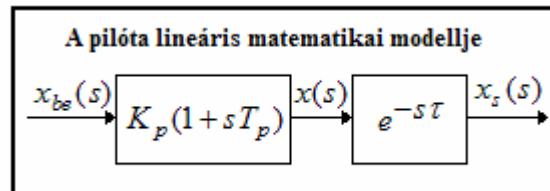
III. A REPÜLŐGÉPVEZETŐ TEVÉKENYSÉGÉNEK HAGYOMÁNYOS ÉS MODERN MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

Repülő-orvosi-, és repülő-szimulátoros kísérletekkel igazolták, hogy egy parancsjel követése esetén a pilóta az alábbi matematikai modellel rendelkezhet [5, 6, 7, 8, 11]:

A. **A PDH-modell.** A repülőgépvezető tevékenységének matematikai modelljét a 3.1. ábra alapján írhatjuk fel. A 3.1. ábra alapján az alábbi átviteli függvény, más szóval klasszikus modell írható fel:

$$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = K_p (1 + sT_p) e^{-s\tau} \quad (3.1)$$

ahol a 3.1. egyenlet arányos (proporcionális), differenciáló, holtidős matematikai modellt ad meg. A 3.1. egyenletben: $x_{be}(s)$ a repülőgépvezető „bemeneti jele”, az a jel, amit a repülőgép-vezetőnek követnie kell; $x_s(s)$ a repülőgépvezető „kimeneti jele”; K_p a repülőgépvezető erősítési tényezője; T_p a repülőgépvezető időállandója, és végül, τ a repülőgépvezető holtideje.



3.1. ábra. A repülőgépvezető PDH lineáris matematikai modellje.

Ismeretes, hogy a holtidő transzcendens függvény, és teljes pontossággal csak végtelen sorral írható le. A gyakorlatban azonban a holtidő kellő pontosságú közelítésével is. A holtidő közelítésére – a gyakorlatban – elsőfokú Padé–approximációt szokás alkalmazni, amely szerint a holtidős tag matematikai egyenlete – megfelelő pontossággal – a következő egyenlettel közelíthető [6, 7, 8, 11]:

$$Y = \frac{x_s(s)}{x(s)} = e^{-s\tau} \cong -\frac{s - 2/\tau}{s + 2/\tau} \quad (3.2)$$

A 3.2. egyenlet időtartományban az alábbi alakban írható fel:

$$\dot{x}_s + \frac{2}{\tau} x_s = -\dot{x} + \frac{2}{\tau} x \quad (3.3)$$

Vezessük be az alábbi egyenletet:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_s + \dot{x} \quad (3.4)$$

A (3.4) egyenlet – a (3.3) egyenlet figyelembevételével – az alábbi alakban is felírható:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_s + \dot{x} = \frac{2}{\tau} x - \frac{2}{\tau} x_s = \frac{2}{\tau} x - \frac{2}{\tau} (x_1 - x) = \frac{4}{\tau} x - \frac{2}{\tau} x_1 \quad (3.5)$$

A 3.1. ábra alapján könnyen belátható, hogy:

$$x = K_p T_p \dot{x}_{be} + K_p x_{be} \quad (3.6)$$

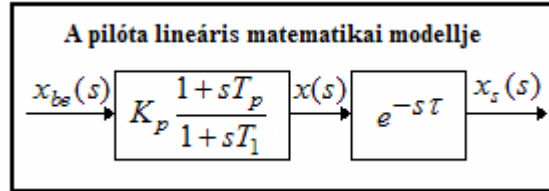
Helyettesítsük a (3.6) egyenletet a (3.5) egyenletbe! Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\dot{x}_1 = \frac{4}{\tau} K_p T_p \dot{x}_{be} + \frac{4}{\tau} K_p x_{be} - \frac{2}{\tau} x_1 \quad (3.7)$$

A (3.4) és a (3.6) egyenletek felhasználásával kapjuk, hogy:

$$x_s = x_1 - K_p x_{be} - K_p T_p \dot{x}_{be} \quad (3.8)$$

B. **A PDT1H-modell.** A repülőgépvezető tevékenységének matematikai modelljét a 3.2. ábra alapján írhatjuk fel [6, 7, 8]:



3.2. ábra. A repülőgépvezető PDT1H matematikai modellje.

$$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = K_p \frac{1 + sT_p}{1 + sT_1} e^{-s\tau} \quad (3.9)$$

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a 3.9. egyenlet arányos (proporcionális), differenciáló, egytárolós, holtidős matematikai modellt ad meg. A (3.9) egyenlet az alábbi alakban is megadható:

$$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = Y_{PDT1}(s) Y_H(s) = \frac{x(s)}{x_{be}(s)} \frac{x_s(s)}{x(s)} = K_p \frac{1 + sT_p}{1 + sT_1} e^{-s\tau} \quad (3.10)$$

A 3.2. ábra alapján az alábbi egyenleteket is felírhatjuk:

$$x(s) = K_p \frac{1 + sT_p}{1 + sT_1} x_{be}(s) \quad (3.11)$$

A (3.11) egyenletből fejezzük ki a holtidős tag bemeneti jelének időfüggvényét, amelyre – egyszerű matematikai átalakítások után – az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\dot{x} = -\frac{1}{T_1} x + \frac{K_p}{T_1} x_{be} + \frac{K_p T_p}{T_1} \dot{x}_{be} \quad (3.12)$$

A (3.10) egyenletben a holtidő közelítésére alkalmazzuk az elsőrendű Padé–approximációt. Most az alábbi egyenletet kapjuk:

$$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = K_p \frac{1 + sT_p}{1 + sT_1} e^{-s\tau} = K_p \frac{1 + sT_p}{1 + sT_1} \left(-\frac{s - 2/\tau}{s + 2/\tau} \right) \quad (3.13)$$

A repülőgépvezető PDT1H matematikai modelljének állapot-változóit válasszuk meg az alábbiak szerint [6, 7, 8, 11]:

$$x_1 = x_s + x \quad (3.14)$$

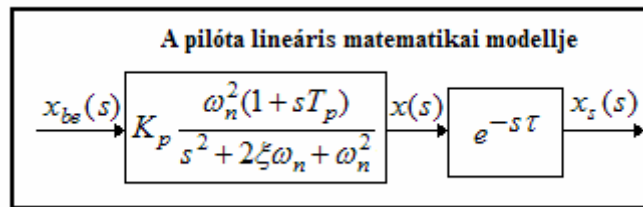
$$x_2 = x \quad (3.15)$$

A (3.9) – (3.15) egyenletek felhasználásával repülőgépezető PDT1H matematikai modelljének modern, állapotteres reprezentációja az alábbi mátrixegyenlettel adható meg [6, 7, 8, 11]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K_p T_p \\ -\frac{K_p T_p}{T_1} & 0 \end{bmatrix} \dot{x}_{be} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{\tau} & \frac{4}{\tau} \\ 0 & -\frac{1}{T_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_p}{T_p} \end{bmatrix} x_{be} \quad (3.16)$$

$$x_s = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

C. **A PDT2H–modell.** A repülőgépezető matematikai modelljét a 3.3. ábra alapján írhatjuk fel.



3.3. ábra. A repülőgépezető PDT2H lineáris matematikai modellje.

A repülőgépezető matematikai modellje most az alábbi átviteli függvénnyel adható meg [6, 7, 8]:

$$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = \frac{x_p(s)}{x(s)} \frac{x(s)}{x_{be}(s)} = K_p \frac{\omega_n^2(1 + sT_p)}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} e^{-s\tau} \quad (3.18)$$

A (3.18) átviteli függvényben az $\frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$ kifejezés a hajózó ideg-izom rendszerét modellezi [6, 7, 8, 11]. Könnyen belátható, hogy a hajózó (3.18) átviteli függvényének időkésés nélküli

$$Y = \frac{x(s)}{x_{be}(s)} = K_p \frac{\omega_n^2(1 + sT_p)}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (3.19)$$

átviteli függvénye az alábbi modern, állapotteres alakban is felírható:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_{be} \quad (3.20)$$

$$x = \omega_n^2 K_p [1 \quad T_p] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Vezessük be az alábbi állapot–változót,

$$x_3 = x_s + x \quad (3.22)$$

A (3.18) egyenletben szereplő holtidős tagot közelítsük az ismert elsőfokú Padé–approximációs taggal, vagyis

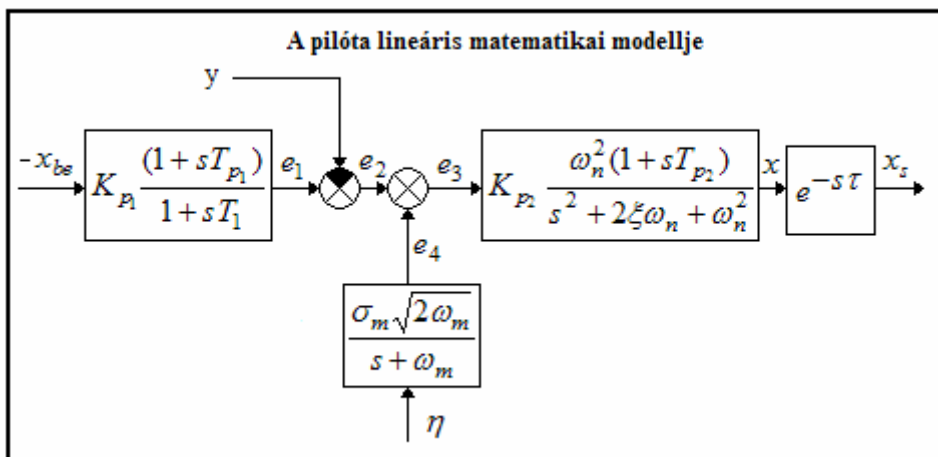
$$e^{-s\tau} = -\frac{s-2/\tau}{s+2/\tau} \quad (3.23)$$

Helyettesítsük be a (3.23) egyenletet a (3.18) egyenletbe, és térjünk át az állapotérre. Most az alábbi mátrixegyenleteket írhatjuk fel:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n & 0 \\ \left(\frac{4}{\tau}K_p\omega_n^2\right) & \left(\frac{4}{\tau}K_pT_p\omega_n^2\right) & \left(-\frac{2}{\tau}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_{be} \quad (3.20)$$

$$x_s = \begin{bmatrix} -\omega_n^2 K_p & -\omega_n^2 K_p T_p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

D. **Helikopter–vezető matematikai modellje.** A [10, 11] irodalmak a helikoptervezetők „függés” során végzett tevékenységének leírására a 3.4. ábrán látható matematikai modell alkalmazását javasolják.



3.4. ábra. A helikopter–vezető matematikai modellje.

A 3.4. ábra alapján az alábbi egyenleteket írhatjuk fel:

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{T_1}e_1 - \frac{K_{p1}}{T_1}x_{be} - \frac{K_{p1}T_{p1}}{T_1}\dot{x}_{be} \quad (3.22)$$

$$e_2 = e_1 - y \quad (3.23)$$

$$e_3 = e_2 + e_4 \quad (3.24)$$

$$\dot{e}_4 = -e_4\omega_m + \sigma_m\sqrt{2\omega_m\eta} \quad (3.25)$$

Korábbról ismeretes, hogy az $Y(s) = \frac{x(s)}{e_3(s)}$ átviteli függvényt az alábbi állapotterés alakban írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e_3 \quad (3.26)$$

$$x = \omega_n^2 K_{p_2} \begin{bmatrix} 1 & T_{p_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

A 3.4. ábrának megfelelően definiáljuk az alábbi állapot-változókat:

$$x_1 = e_1; \quad x_2 = e_4; \quad x_5 = x + x_s \quad (3.28)$$

A (3.22) – (3.28) egyenletek alapján a helikoptervezető tevékenységét leíró állapot- és kimeneti egyenlet az alábbi módon írható fel:

$$\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{E}\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{z} + \mathbf{M}\eta \quad (3.29)$$

$$x_s = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.30)$$

ahol:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5]^T \quad (3.31)$$

$$\mathbf{z} = [x_{be} \quad y]^T \quad (3.32)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{K_{p_1} T_{p_1}}{T_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.33)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{4}{\tau} K_{p_2} \omega_n^2\right) & \left(\frac{4}{\tau} K_{p_2} T_{p_2} \omega_n^2\right) & -\frac{2}{\tau} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{K_{p_1}}{T_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.35)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_m \sqrt{2\omega_m} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.36)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -K_{p_2} \omega_n^2 & -K_{p_2} T_{p_2} \omega_n^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

A cikkben hivatkozott irodalmak további segítséget nyújthatnak a téma iránt érdeklődőknek, és kiegészítésül szolgálnak e cikkhez.

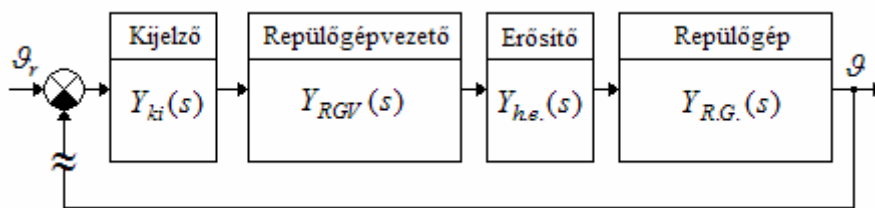
IV. A REPÜLŐGÉP–VEZETŐ A REPÜLŐGÉPEK IRÁNYÍTÁSI RENDSZERÉBEN

A repülőgépek, helikopterek, illetve a pilótánélküli repülőgépek félautomatikus, parancskövető vezetése során az egyik megoldandó feladat a parancsközlő műszereken közölt, vagy a kijelzőkön megjelenített információk követése, illetve az egyes műveletek (pl. emelkedés, süllyedés, gyorsítás, lassítás, fordulás) végrehajtása. Könnyen belátható, hogy eme műveletek végrehajtása során a kezelő, másképpen fogalmazva, a repülőgépvezető más–más matematikai modellel írható le [6, 7].

Ismert továbbá az a tény is, hogy az operátor, más szóval, a repülőgép–vezető holtideje nagymértékben függ attól, hogy mennyire „tanult” az adott kezelő. Magától értetődik, hogy a tapasztalt repülőgép–vezető holtideje kisebb, mint a kiképzés alatti, kezdő repülőgép–vezető holtideje az egyes beavatkozások során [6, 7, 9]. A további vizsgálataink során ezért megkülönböztetünk „gyors”, és „lassú” repülőgép–vezetőt.

Tekintettel arra, hogy e cikk alapvetően elvi–elméleti megfontolásokon nyugszik, így a továbbiakban a repülőgép–vezető tevékenységét olyan szabályozási körben vizsgáljuk, amelyben feladata mindössze egy paraméter követése. Megjegyezni szükséges, hogy a valós légi járművek irányítása során természetesen nagyszámú repülési paramétert kell követni, de az egyszerűség miatt most ettől elvonatkoztatva csak egy paraméter követését vizsgáljuk. A repülőgép–vezető irányítási rendszerben kifejtett tevékenységét a 4.1. ábrán vizsgáljuk.

A repülőgép–vezető által megoldandó feladat a repülőgép bólintó szöge – a kijelzőn megjelenített – $\mathcal{G}_r(t)$ referencia értékének követése. Ilyen jellegű irányítási rendszerben a repülőgép–vezető számos alkalommal tevékenykedik, mint például az L–39 repülőgép sikló–, valamint az iránypályán történő leszállítása.



4.1. ábra. Repülőgépvezető a repülőgép szabályozási rendszerében.

A repülőgép vezetéséhez szükséges információkat a repülőgép–vezető részére kijelzőn jelenítik meg. A továbbiakban feltételezzük, hogy a kijelző holtidő- és időkésés nélküli, gyors információ megjelenítést tesz lehetővé, ezért annak átviteli függvényét egységnyi erősítésűnek tekintjük, vagyis [6, 7, 9]:

$$Y_{ki}(s) = 1 \quad (4.1)$$

A hidraulikus erősítő átviteli függvénye vizsgálataink során a következő lesz [6, 7, 9]:

$$Y_{h.e.}(s) = -\frac{10}{10+s} \quad (4.2)$$

A cikkben vizsgált repülőgép hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának matematikai modellje, bemeneti jelnek tekintve a magassági kormány szögkitérését, míg a repülőgép válaszjele a bólintási szög, az alábbi átviteli függvénnyel írható le [6, 7, 9]:

$$Y_{R.G.}(s) = \frac{g(s)}{\delta_M} = -\frac{(5+s)}{s(s^2+3,5s+6)} \quad (4.3)$$

A repülőgépvezető-vezető matematikai modelljeit, valamint a szimuláció során alkalmazott paramétereket az 1. táblázat foglalja össze [6, 7, 9]:

A repülőgép-vezető matematikai modellje

1. táblázat

A repülőgépvezető modelljének típusa	A repülőgépvezető modelljének átviteli függvénye	A repülőgépvezető modelljének paraméterei
PDH	$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = K_p(1+sT_p)e^{-s\tau} \cong$ $\cong K_p(1+sT_p)\frac{s-2/\tau}{s+2/\tau}$	$K_p = 1$ $T_p = 2\text{ s}$ $\tau_{lassú} = 0,5\text{ s}$ $\tau_{gyors} = 0,25\text{ s}$
PDT1H	$Y_p = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = K_p \frac{1+sT_p}{1+sT_1} e^{-s\tau} \cong$ $\cong K_p \frac{1+sT_p}{1+sT_1} \frac{s-2/\tau}{s+2/\tau}$	$K_p = 1$ $T_p = 2\text{ s}, T_1 = 0,5\text{ s}$ $\tau_{lassú} = 0,5\text{ s}$ $\tau_{gyors} = 0,25\text{ s}$
PDT2H	$Y_p = K_p \frac{\omega_n^2(1+sT_p)}{(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)} e^{-s\tau} \cong$ $\cong K_p \frac{\omega_n^2(1+sT_p)}{(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)} \frac{s-2/\tau}{s+2/\tau}$	$K_p = 1, T_p = 2\text{ s}$ $\xi = 0,707, \omega_n = 10\text{ rad/s}$ $\tau_{lassú} = 0,5\text{ s}$ $\tau_{gyors} = 0,25\text{ s}$

Az 1. táblázat adatait felhasználva a továbbiakban vizsgáljuk meg a 4.1. ábrán bemutatott rendszer viselkedését. Először végezzük el a szabályozási rendszer stabilitásvizsgálatát. A szabályozási rendszert nyissuk fel a visszavezető ágban, ahogyan az a 4.1. ábrán is látható. A stabilitásvizsgálatot a Bode stabilitási kritérium, és a Bode-diagramok segítségével végezzük el. E stabilitási kritérium szerint a zárt szabályozási rendszer időtartománybeli viselkedése akkor, és csak is akkor stabilis, ha az erősítés-körfrekvencia meredeksége a vágási körfrekvencián -20 dB/dekád. Ha a meredekség -20 és -40 dB/dekád közé esik, akkor a stabilitás eldöntéséhez szükséges a fázistartalék ismerete is: pozitív fázistartalék esetén a zárt szabályozási rendszer stabilis. Ha az erősítés jelleggörbe meredeksége a vágási körfrekvencián nagyobb, mint -60 dB/dekád, akkor a zárt szabályozási rendszer – a fázisviszonyoktól függetlenül – instabil [6, 7, 8, 9].

A frekvenciatartománybeli vizsgálat után végezzük el a repülőgépvezető–vezető zárt szabályozási rendszerben betöltött alapjel-követő szerepét. A szabályozástechnikában használatos tipikus vizsgálójelek közül most csak az egységugrás, és az egységsebesség jeleket alkalmazzuk, mert ezek viselkedése gyakorlatilag megegyezik a valós repülésszabályozó rendszerekben is megjelenő jelek jellegével.

4.1. A repülőgép–vezető, mint a felnyitott szabályozási rendszer operátora

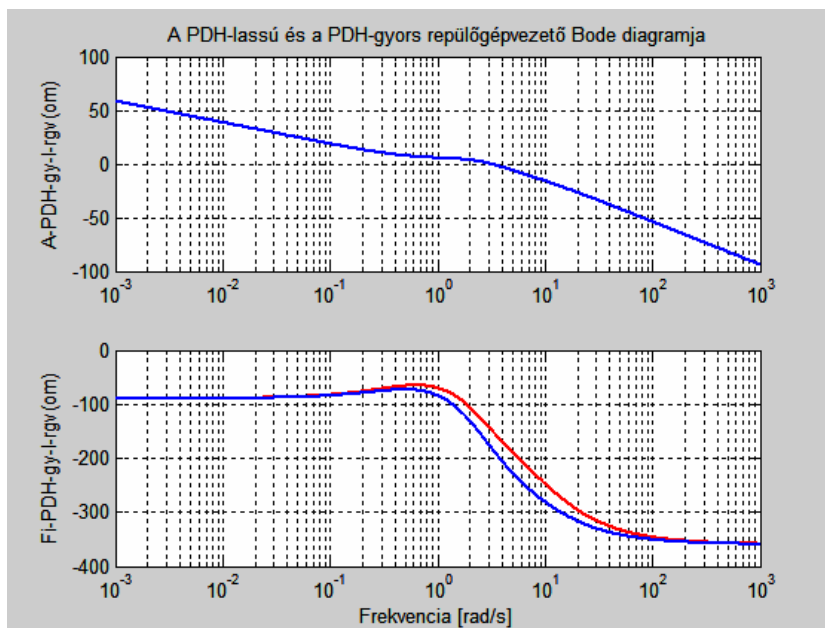
Frekvenciatartománybeli vizsgálataink során feltételezzük, hogy a 4.1. ábrán a PDH–modellel (lásd 1. táblázat) leírt repülőgép–vezetőt feltételezzük a hatásvázlatban. A felnyitott szabályozási rendszer Bode diagramja a 4.2. ábrán látható. A „gyors” és a „lassú” repülőgép–vezető frekvenciatartománybeli viselkedése között érdemi különbség csak a fázisviszonyokban tapasztalható, hiszen a „lassú” repülőgép–vezető nagyobb fáziskéséssel rendelkezik. Az erősítési tényező mindkét repülőgép–vezető esetén – gyakorlatilag – azonos.

A felnyitott szabályozási kör frekvenciatartománybeli minőségi jellemzőit a 2. táblázat foglalja össze.

Minőségi jellemzők

2. táblázat

PDH–matematikai modell			
Gyors repülőgép–vezető		Lassú repülőgép–vezető	
Erősítési tartalék κ , [dB]	Fázistartalék φ_m , fok	Erősítési tartalék κ , [dB]	Fázistartalék φ_m , fok
4,8	35	0,185	1,86



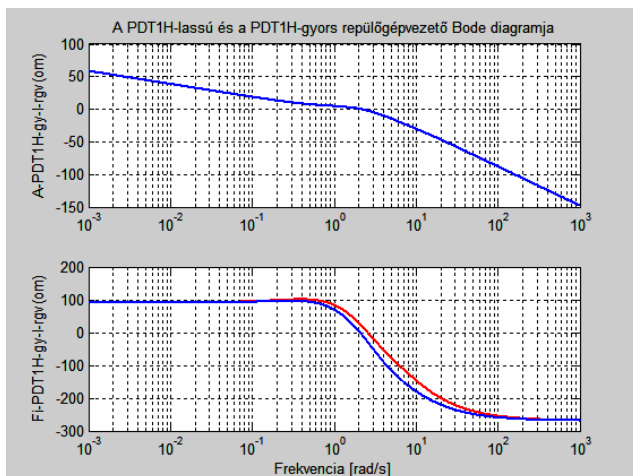
4.2. ábra.

Gyors rgv Lassú rgv

A 2. táblázatban foglaltak alapján könnyen belátható, hogy a repülőgép–vezető holtidejének növekedése a minőségi jellemzők lényeges romlását idézi elő. A 4.2. ábrán jól látható, hogy a lassú repülőgép–vezető esetén növekszik a fáziskésés a gyorsan reagáló repülőgép–vezetőhöz képest.

Vizsgáljuk meg a PDT1H–modellel leírt repülőgép–vezető tevékenységét a frekvenciatartományban. Az analízis eredményeit a 3. táblázat mutatja be, míg a felnyitott szabályozási rendszer Bode–diagramja a 4.3. ábrán látható.

PDT1H–matematikai modell			
Gyors repülőgép–vezető		Lassú repülőgép–vezető	
Erősítési tartalék κ , [dB]	Fázistartalék φ_m , fok	Erősítési tartalék κ , [dB]	Fázistartalék φ_m , fok
39,9	–156	30,5	178

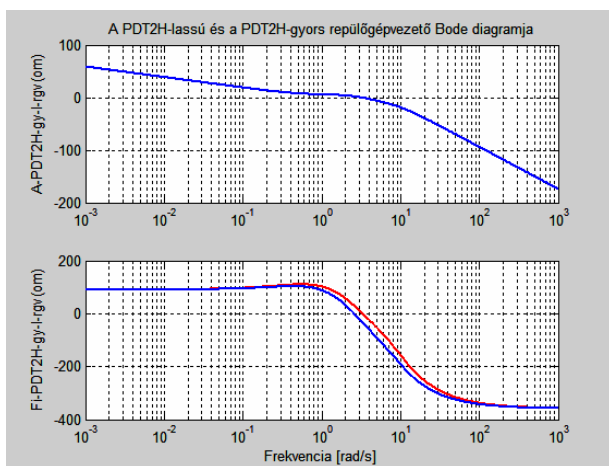


4.3. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

Végezetül, vizsgáljuk meg a PDT2H-moddal leírt repülőgép–vezető tevékenységét a frekvenciatartományban. Az analízis eredményeit a 4. táblázatban láthatjuk, míg a felnyitott szabályozási rendszer Bode-diagramja pedig a 4.4. ábrán látható.

PDT2H–matematikai modell			
Gyors repülőgép–vezető		Lassú repülőgép–vezető	
Erősítési tartalék κ , [dB]	Fázistartalék φ_m , fok	Erősítési tartalék κ , [dB]	Fázistartalék φ_m , fok
22,7	–170	17,4	157



4.4. ábra.

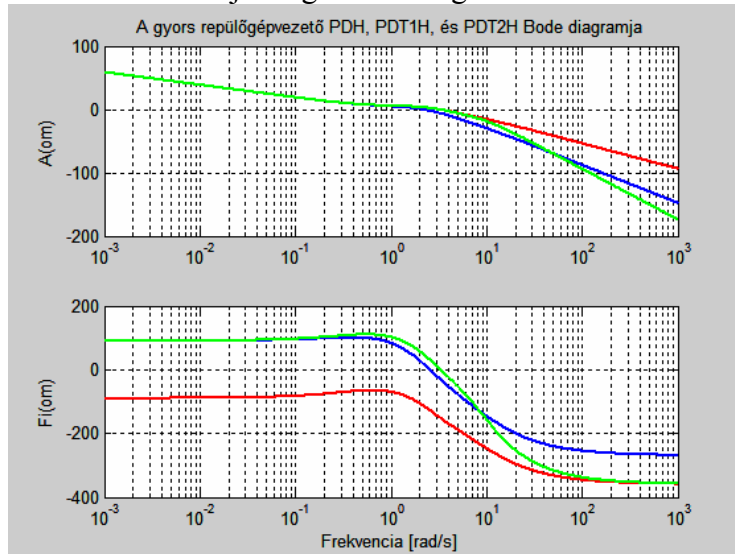
Gyors rgv **Lassú rgv**

A 3. táblázat alapján elmondható, hogy a gyors repülőgépvezető esetén a zárt szabályozási rendszer – a negatív értékű fázistartalék miatt – instabil működésű. A lassú repülőgép–vezető esetén a frekvenciatartománybeli minőségi jellemzők kifejezetten jónak mondhatók, mindazonáltal, mint később látni fogjuk, a zárt szabályozási rendszer ebben az esetben is instabilnak mondható.

A 4. táblázat alapján elmondható, hogy a gyors repülőgép–vezető esetén a zárt szabályozási rendszer – a negatív értékű fázistartalék miatt – instabil működésű. A lassú repülőgép–vezető esetén a frekvencia tartománybeli minőségi jellemzők eleget tesznek az általános szabályozástechnikai követelményeknek. Mindazonáltal, mint később látni fogjuk, a zárt szabályozási rendszer ebben az esetben is instabilnak mondható.

Érdekes képet mutat, ha megvizsgáljuk, hogy a gyors, illetve a lassú, vagyis az azonos holtidejű repülőgép–vezetők esetén hogyan változnak a frekvencia tartománybeli minőségi jellemzők, ha a pilótát különféle matematikai modellekkel szimuláljuk az egyes szabályozási rendszerekben.

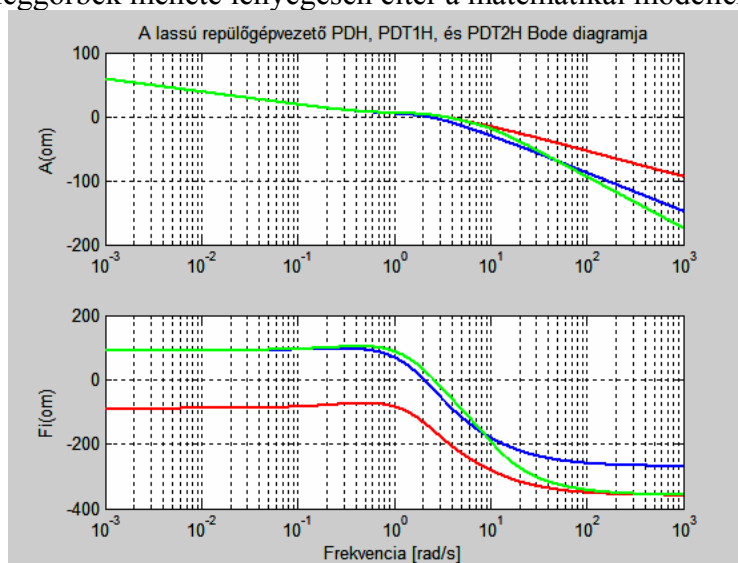
A 4.5 ábrán a gyors repülőgép–vezetőnek a matematikai modell jellegében paraméterezett görbeseregeit, Bode–diagramjait látjuk. Az erősítés körfrekvencia-jelleggörbék kis-, és közepes frekvenciatartományban, függetlenül a pilóta matematikai modelljétől, együtt futnak. Nagyfrekvenciás tartományban, a vágási körfrekvencia felett a görbék azonban szétválnak, és a tárolók fokszámának növekedésével csökken az erősítés-körfrekvencia jelleggörbék meredeksége. A fázis-körfrekvencia jelleggörbék nagyobb eltérést mutatnak. A tárolós tagok bevezetése lényegesen mértékben változtatja meg a fázisszög értékét.



4.5. ábra.

PDH-rgv **PDT1H-rgv** **PDT2H-rgv**

A 4.6. ábrán a lassú repülőgép–vezető matematikai modell jellegében paraméterezett görbeseregeit, Bode–diagramjait látjuk. A 4.6. ábra alapján szintén elmondhatjuk, hogy az erősítés-körfrekvencia menetében csak a nagyfrekvenciás tartományban tapasztalható változás, míg kis- és közepes frekvenciatartományban a görbék menete gyakorlatilag azonos. A fázis-körfrekvencia jelleggörbék menete lényegesen eltér a matematikai modellek függvényében.



4.6. ábra.

PDH-rgv **PDT1H-rgv** **PDT2H-rgv**

4.2. A repülőgép–vezető alapjelkövetési tulajdonságainak vizsgálata

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a zárt szabályozási rendszerek tranziens viselkedésének vizsgálatára számos determinisztikus vizsgálójelet alkalmazhatunk. További vizsgálataim során csak az egységugrás, és az egységsebesség bemeneti jelre szorítkozom. A PDH-moddal leírt „lassú”, és „gyors” repülőgép–vezető zárt szabályozási rendszerének minőségi jellemzőit az 5. és a 6. táblázatok foglalják össze, míg az átmeneti függvények a 4.7. ábrán láthatóak.

Gyors repülőgép–vezető

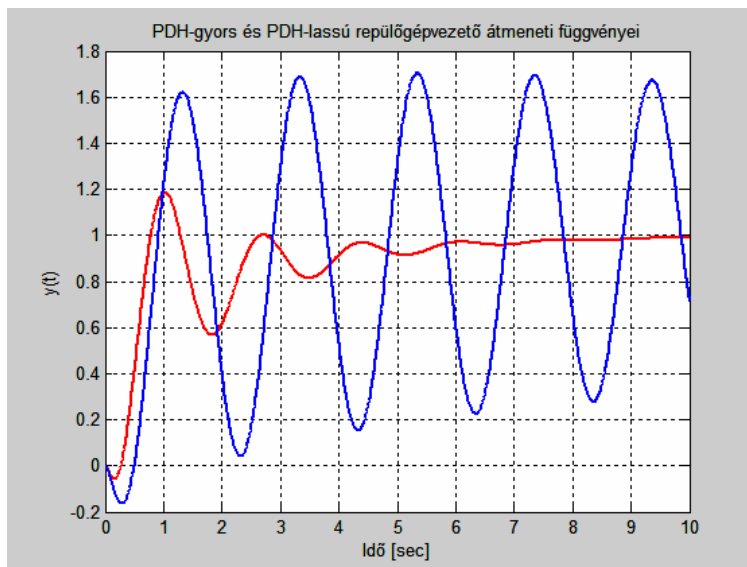
5. táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω [rad/s]
-0,34	1	0,34
$-0,669 \pm 3,76i$	0,175	3,82
-5,73	1	5,73
-14,1	1	14,1
$-1 \cdot 10^6$	1	$1 \cdot 10^6$

Lassú repülőgép–vezető

6. táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω [rad/s]
$-0,0238 \pm 3,13i$	0,00761	3,13
-0,351	1	0,351
-4,72	1	4,72
-12,4	1	12,4
$-1 \cdot 10^6$	1	$1 \cdot 10^6$



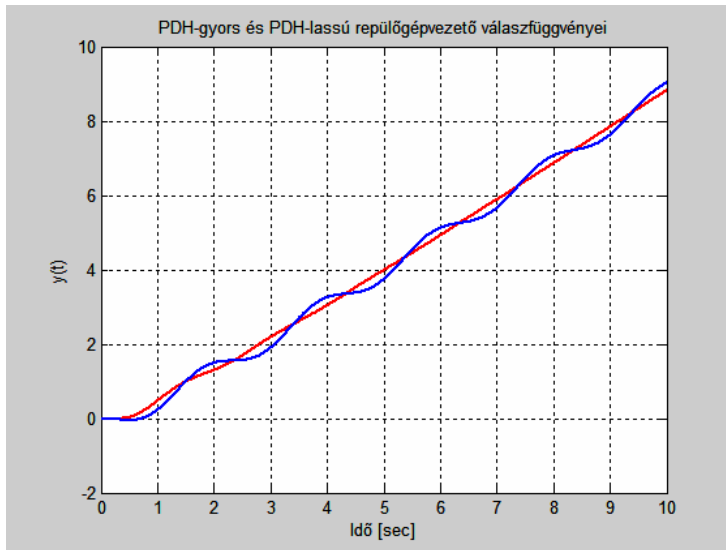
4.7. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

A 4.7. ábrán jól látható, hogy a gyors repülőgép–vezető esetén a zárt szabályozási rendszer domináns pólusa $-0,34$: a rendszer tehát stabilis, viszont a $-0,669 \pm 3,76i$ gyökök miatt lengő jelleggel áll be a stacioner állapot. A lassú repülőgép–vezető esetén a zárt rendszer domináns póluspárja a $-0,0238 \pm 3,13i$ gyök, amely komplex síkon majdnem a függőleges tengelyre esik. A zárt szabályozási rendszer ugyan stabilis,

de az alapjel-követés meglehetősen rossz minőségi jellemzőkkel rendelkezik. A domináns póluspár által meghatározott rendszerdinamika 0,00761 értékű csillapítással rendelkezik az előírt (0,6-0,8) érték helyett. Más szóval, azt is mondhatjuk, hogy a repülőgép–vezető alapjel követése harmonikus lengésekkel történik, ami nem engedhető meg.

A PDH-moddal leírt „lassú”, és „gyors” repülőgép–vezető zárt szabályozási rendszerének az egységsebesség bemeneti jelre adott válaszfüggvényei a 4.8. ábrán láthatóak.



4.8. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

Az 5. és a 6. táblázatokból kiderül, hogy úgy a gyors, mint a lassan reagáló pilóta esetén instabil a zárt szabályozási rendszer, mivel mindkét esetben egy-egy gyök a komplex sík jobb oldalára esik. Mindezek mellett megállapítható, hogy a gyors repülőgép-vezető esetén a labilitás – a pozitív előjelű, valós gyöknek megfelelően – aperiodikus. A lassan beavatkozó pilóta esetén a megnövekedő holtidő egyik

hatása, hogy a labilitás periodikus lesz, mint az a 4.8. ábrán is jól látható.

A PDT1H–modellel leírt „lassú”, és „gyors” repülőgép–vezető zárt szabályozási rendszereinek átmeneti függvényei a 4.9. ábrán láthatóak, míg a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a 7. és a 8. táblázatok foglalják össze.

Gyors repülőgép–vezető

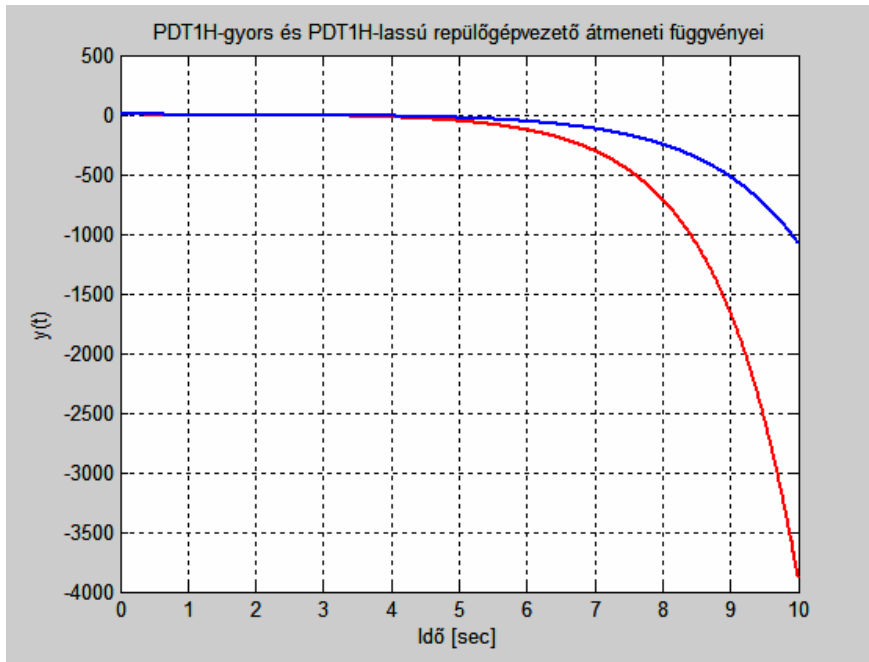
7. táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω [rad/s]
0,851	-1	0,851
-0,666	1	0,666
$-2,98 \pm 3,29i$	0,671	4,44
-6,24	1	6,24
11,5	1	11,5

Lassú repülőgép–vezető

8. táblázat

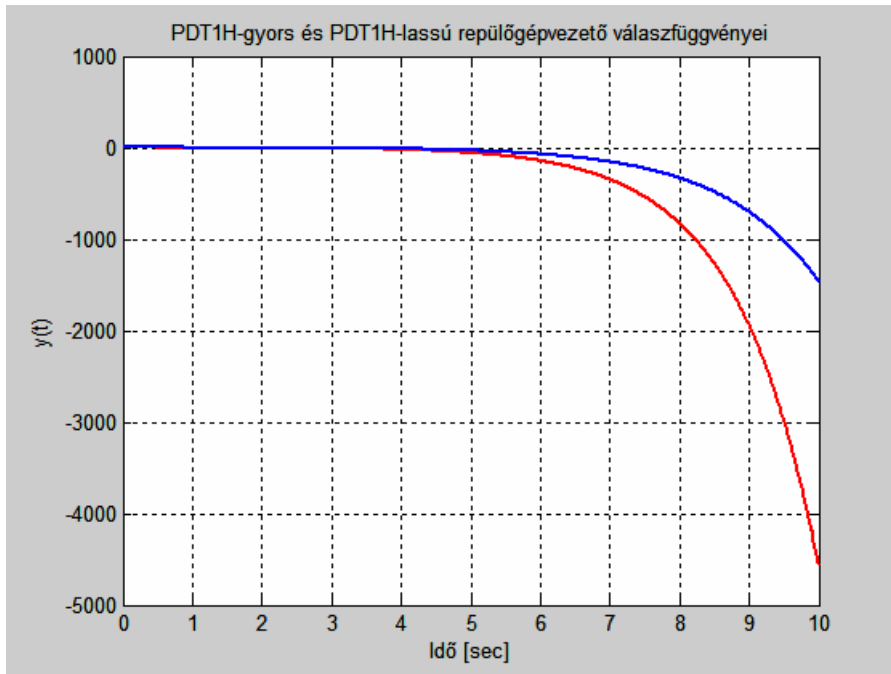
Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω [rad/s]
0,732	-1	0,732
-0,641	1	0,641
$-2,13 \pm 3,55i$	0,515	4,14
-4,66	1	4,66
-10,7	1	10,7



4.9. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

A PDT1H matematikai modellel leírt „lassú”, és „gyors” repülőgép-vezető zárt szabályozási rendszerének az egységsebesség bemeneti jelre adott válaszfüggvényei a 4.10. ábrán láthatóak.



4.10. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

A 4.9. ábra alapján könnyen belátható, hogy úgy a gyorsan, mint a lassan beavatkozó pilóta esetén a zárt szabályozási rendszer instabil működésű, mert mindkét esetben egy-egy pozitív előjelű sajátértékkel rendelkezik a zárt szabályozási rendszer. Mivel a sajátérték valós, ezért az instabilitás jellege aperiodikus.

Tekintettel arra, hogy most is igazak a fenti megállapítások, ezért a 4.10. ábra alapján könnyen beláthatjuk, hogy a 4.1. ábrán látható zárt szabályozási rendszer – a pozitív előjelű valós sajátértékek miatt – instabil működésű.

A PDT2H–modellel leírt „lassú”, és „gyors” repülőgép–vezető zárt szabályozási rendszerének átmeneti függvényei a 4.11. ábrán láthatóak, míg a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a 9. és a 10. táblázatok foglalják össze.

Gyors repülőgép–vezető

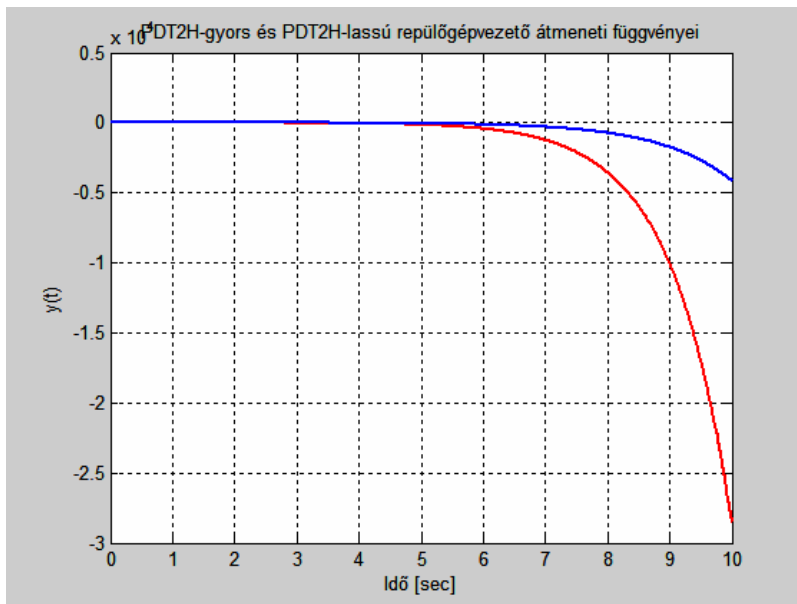
9. táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω [rad/s]
1,04	-1	1,04
-0,738	1	0,738
$-3,94 \pm 7,26i$	0,0477	8,26
-4,48	1	4,48
$-11,8 \pm 5,54i$	0,905	13

Lassú repülőgép–vezető

10. táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω [rad/s]
0,861	-1	0,861
-0,694	1	0,694
$-3,07 \pm 6,06i$	0,451	6,8
-5,3	1	5,3
$-10,2 \pm 5,74i$	0,871	11,7

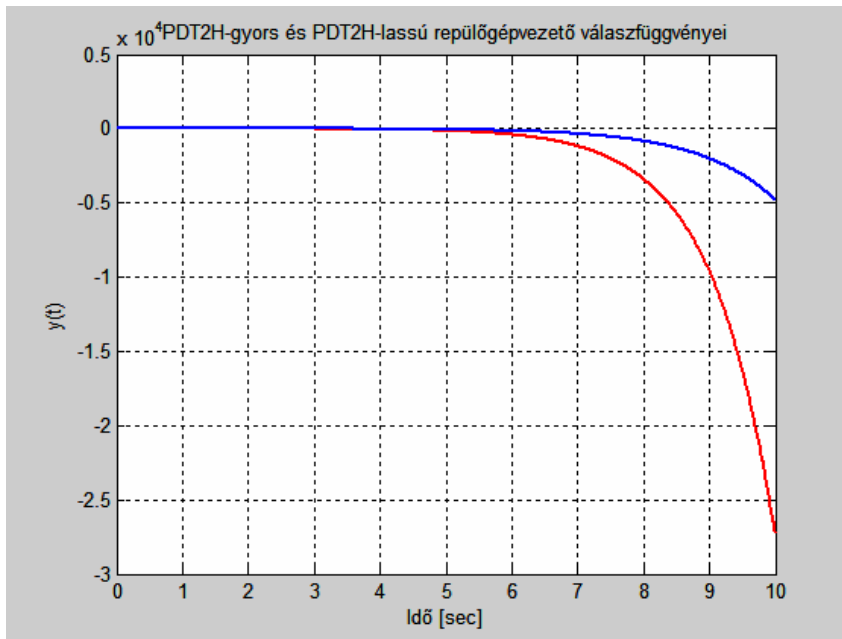


4.11. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

A 4.11. ábrán látható átmeneti függvények alapján könnyen belátható, hogy a zárt szabályozási rendszer instabil működésű. Az instabilitást egyértelműen igazolja, hogy úgy a gyorsan, mint a lassan reagáló repülőgép–vezető esetén a zárt szabályozási rendszer egy-egy pozitív előjelű valós sajátértékkel rendelkezik, vagyis zárt irányítási rendszer valóban aperiodikusan labilis.

A PDT2H matematikai modellel leírt „lassú”, és „gyors” repülőgép–vezető zárt szabályozási rendszerének az egységsebesség bemeneti jelre adott válaszfüggvényei a 4.12. ábrán láthatóak.



4.12. ábra.

Gyors rgv **Lassú rgv**

A 4.12. ábrán alapján hasonló megállapításokat tehetünk, mint a korábban vizsgált átmeneti függvények esetében ezt tettük. Az instabilitás ebben az esetben is periodikus, hiszen a zárt szabályozási rendszer sajátértékei nem függenek a vizsgálójelek jellegétől.

V. KÖVETKEZTETÉSEK

A cikkben a szerző röviden összefoglalta a repülőgép–vezető matematikai modellezésére vonatkozó ismereteket. Három olyan matematikai modellt mutatott be, amelyeket széles körben alkalmaznak a „pilot in the loop” automatikus repülésszabályozási probléma vizsgálata és megoldása során.

A cikkben bemutatott és alkalmazott matematikai modellekkel kapcsolatban az alábbiak eredmények foglalhatók össze:

1. a PDH matematikai modellt, amely a legegyszerűbb, olyan esetekben szokás alkalmazni, amikor számos paraméter követésére van szükség. Tekintettel arra, hogy a repülőgépek vezetése mindig ilyen feladatot jelent, így a bemutatott és alkalmazott matematikai modell jól alkalmazható a felvázolt repülésszabályozási feladatok megoldására. A cikkben bemutatott lassú, nagy időkésésű, és a gyors, más szóval kis időkésésű pilóta esetén is stabilis volt a zárt szabályozási rendszer, de a holtidő növekedésével lényeges mértékben romlottak a minőségi jellemzők.
2. A PDT1H matematikai modell pontosabban írja le a repülőgép–vezető tevékenységét, és az emberi szervezet működését. Eme matematikai modellt akkor szokás alkalmazni, ha több paraméter követése szükséges. A cikkben bemutatott bólintási szög követő zárt szabályozási rendszerben a repülőgép–vezető tevékenysége instabil tranziens folyamatot eredményezett. Tekintettel arra, hogy e feladat megoldása gyakori feladat a repülőgépek vezetése során, ezért e jelenség kutatása további érdekes elméleti és gyakorlati eredményekre vezethet.
3. A PDT2H matematikai modell nagyon pontosan írja le a repülőgép–vezető tevékenységét, és az emberi szervezet működését, de csak olyan esetben alkalmazható, ha korlátozott számú, akár egy paramétert kell követnie a repülőgép–vezetőnek. A vizsgálatok során ebben az esetben is instabil viselkedésű rendszert eredményezett a pilóta bekapcsolása az irányítási rendszerbe. E feladat megoldása meglehetősen ritka a repülések során, így a zárt szabályozási rendszer instabilitásának további vizsgálata elméleti síkon új eredményekre vezethet, ezért szintén további vizsgálatok tárgyát képezheti.

VI. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] McRUER, D. T. – GRAHAM, D. *Pilot Vehicle Control System Analysis*, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 13, Guidance and Control II, Academic Press, New York, pp 603-621, 1964.
- [2] McRUER, D. T. – GRAHAM, D. – KRENDEL, E. S. *Manual Control of the Single Loop Systems*, J. Frank. Inst. 283 (182), pp 1-29, pp 145-168, 1967.
- [3] McRUER, D. T. – MAGDALENO, R. E. – MOORE, G. P. *A Neuro-Muscular Actuation System Model*, Trans IEEE, MMs-9(3), PP 61-71, 1968.
- [4] DILLOW, J. D. „*Super Pilot*” – *a Revised Version of Paper Pilot*, AFFDL/FGC-TM-71-9, WPAFB, Dayton, Ohio, USA, 1971.
- [5] McRUER, D. T. – KRENDEL, E. S. *Mathematical Models for Human Pilot Behavior*, Agardograph, N° 188, 1974.
- [6] АСЛАНЯН, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.
- [7] КРАСОВСКОЙ, А. А. – ВАВИЛОВ, Ю. А. – СУЧКОВ, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Изд. ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1986.
- [8] McLEAN, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International, New York-London-Toronto-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.
- [9] DORF, R. C. – BISHOP, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice Hall International, Upper Saddle River, New Jersey, 2001.
- [10] JOHNSON, E. N. – PRITCHETT, A. R. *Generic Pilot and Flight Control Model for Use in Simulator Studies*, AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, 5-8 August, 2002, Monterey, California, USA.
- [11] HESS, R. A. *Handling Qualities and Flight Safety Implications of Rudder Control Strategies and Systems in Transport Aircraft*, DOT/FAA/AR-05/21, Office of Aviation Research, Washington D. C., USA, 2005.