

Gáti Balázs, Gausz Tamás, Jankovics István

## REPÜLÉSMECHANIKAI MODELLEZÉS

*Az irányítástechnika modern elméleti és gyakorlati eszközeinek fejlődésével a hagyományos és az ember nélküli repülő eszközök repülésmechanikai modellezése is egyre fontosabb szerepet kap. A repülésmechanikai modell keret egyenlete a repülő eszközhöz rögzített rendszerben felírt mozgásmennyiség és perdület megmaradásra épülő mozgásegyenlet rendszer. Ezt a leírást teszi teljessé a repülő eszközök pályáját és orientációját leíró, kinematikai modell. A – merev vagy forgószárnyas – repülő eszközök mozgását az aerodinamikai, tehetetlenségi és rugalmas erők, illetve nyomatékok határozzák meg. Ezek meghatározására több-felület modellt és a teljes állásszög tartományon számított légerő tényezőket vezetünk be, illetve utalunk az időben változó hatásokra is. Fontossága miatt külön foglalkozunk a légszavarak hatásainak vizsgálatával. Az elméletek gyakorlati ellenőrzése történt meg több, ember nélküli repülő eszköz elektronikusan rögzített repülési adatainak kiértékelésével.*

**Kulcsszavak:** repülés mechanika, légszavar, aerodinamikai modell, átesés, UAV

### BEVEZETÉS

A repülésmechanika első főfeladata a repülő eszköz adott vezérlés hatására bekövetkező mozgásának meghatározása. A második főfeladat pedig adott mozgásállapot (pl. pálya) eléréséhez szükséges vezérlés (pl. kormánykitérítések) meghatározását jelenti. Ebben a cikkben az első főfeladattal foglalkozunk, habár ez annak érdekében is történik, hogy – a megfelelő irányítás-technikai modell segítségével – meghatározott repülési feladatok teljesíthetők legyenek.

A repülőgépek, általában rugalmasak, vagyis a repülésmechanikai vizsgálatokban a viselkedésüket a deformálható testek mechanikájának tanítása alapján írhatjuk le. Az általános leírás leggyakrabban a mechanikai rendszerekre vonatkozó, Hamilton féle variációs elv alapján felírt Euler-Lagrange egyenlet-rendszerrel történik. Ennek egy, egyszerű esetre vonatkozó, konkrét alkalmazási példája lehet [8] III. fejezete, vagy VII.2. pontja.

A másik, gyakran alkalmazott lehetőség a mozgásmennyiség és a perdület megmaradás alapján felírt mozgásegyenlet rendszer alkalmazása. Rögtön le kell szögezni, hogy a két módszer végeredménye azonos – nincs kétféle dinamika. Erre, a rugalmas repülőgépre érvényes módszerre egy, igen egyszerű példa lehet [8] 6.1. számpéldája. Ebben a példában a merev és a rugalmas szárny együtt, az úgynevezett sajátlengésképek és a hozzájuk rendelt sajátkőrfrekvencia felhasználásával, az általánosított tömegek és általánosított erők bevezetésével vizsgálható.

Jelen a munkában a repülő eszközt merevnek tekintettük, jóllehet a rugalmasság, különösen a szárnyak hajlító és csavaró mozgása jelentős hatással bír és ezeket a jövőben várhatóan figyelembe kell majd venni. Ez a kiterjesztés azonban, az amúgy is bonyolult mozgásegyenlet rendszer túlságosan nehezen kezelhetővé tette volna. Illetve, a rugalmasság figyelembe vételével mindenképpen számolni kellett volna a légerők és nyomatékaik időbeni változásának hatásával is. Ez pedig, jelenleg még nagyon nehezen kezelhető probléma.

## AZ ALKALMAZOTT KOORDINÁTA RENDSZEREK

Bevezetesként megjegyezzük, hogy a merev testek kinematikájának tárgyalásában előfordul rotáció és orientáció. A rotáció, a mi értelmezésünkben az egyetlen koordináta rendszerben különböző helyzeteket elfoglaló merev test elfordulását jelenti. Orientációnak viszont egy koordináta rendszer egy másik, viszonyítási rendszernek tekintett koordináta rendszerhez képesti elfordulását nevezünk. A rotációval például a robottechnikai vizsgálatokban vagy a számítógépes grafikában találkozhatunk. A repülés mechanikában viszont alapvetően az orientáció fordul elő. Ezért a következőkben a „forgatás” szót az orientációról írottak értelmében használjuk. Fontos leszögezni, hogy egy, adott rotációnak a neki megfelelő orientáció éppen az inverze.

A következő vizsgálatokban inercia rendszerként alkalmazzuk a Földhöz rögzített koordináta rendszert, bár ez inercia-rendszerként csak kisebb földrajzi távolságok esetén használható. Ezt a koordináta rendszert az  $x_E$ ,  $y_E$  és  $z_E$  tengely-hármas határozza meg. Az  $x_E$  és  $y_E$  tengelyek a vízszintes síkban helyezkednek el, a  $z_E$  függőlegesen lefele mutat. A három tengely ortogonális, jobbszerezt alkot. Az origót a Föld felszínének egy pontjához rögzítjük. A pályaszámítás és az elfordulás (orientáció) meghatározása ebben a rendszerben történik.

Másodikként a testhez – repülő eszközhöz – rögzített koordináta rendszert definiáljuk: ezt, a szintén ortogonális, jobbszerezt az  $x_B$ ,  $y_B$  és  $z_B$  tengelyek feszítik ki. Az  $x_B$  a repülőgép hossz tengelye és az origót általában – hacsak ez lehetséges – a repülő eszköz súlypontjában rögzítjük. A test koordináta rendszer tengelyeihez képest a merevnek tekintett repülő eszköz pontjai – kivéve a légszavarkat és például a kormánylapokat – nem mozdulnak el.

Harmadikként a forgó egységekhez – légszavarkhoz – rögzített koordináta rendszert rögzítjük. A légszavarkat, a nagy fordulatszámokra tekintettel, tárcsaként tekintjük, azaz a légszavarkhoz rögzített koordináta rendszerek a test koordináta rendszerhez képest mozdulatlanok, végig a vizsgálat során valamilyen, eleve adott helyzetet foglalnak el. Minden légszavarkhoz saját, jobbszerezt, ortogonális koordináta rendszert rendelünk ( $x_{Pi}$ ,  $y_{Pi}$  és  $z_{Pi}$  – ahol az  $x_{Pi}$  tengely az adott légszavark gépszereztani forgástengelye, az  $y_{Pi}$ ,  $z_{Pi}$  tengelyek pedig a forgássíkot feszítik ki). Az  $i=1,2,\dots,n$  értéket vesz fel, itt az „n” a forgó részek, légszavark száma.

Nagyon fontos kérdés a koordináta rendszerek közötti kapcsolat megadása. Mi, alapvetően az Euler szögek Tait-Bryan féle változatát használjuk ([4], [13]) – ebben az esetben a koordináta rendszerek közötti kapcsolatot rendre a  $z$ ,  $y$  és végül az  $x$  tengelyek körüli rész el-forgatások alapján meghatározható transzformációs mátrix adja meg. Tekintsünk két példát:

$$\underline{V}^E = \underline{M}_{EB} \cdot \underline{V}^B \quad \text{vagy} \quad \underline{\omega}_{Pi}^B = \underline{M}_{B Pi} \cdot \underline{\omega}_{Pi}^{Pi}; \quad (1)$$

Az (1) bal oldalán az „ $\underline{M}_{EB}$ ” transzformációs mátrix segítségével a „ $\underline{V}$ ” repülési sebességet transzformáltuk a test ( $B$ ) koordináta rendszerből a Földhöz rögzített ( $E$ ) rendszerbe. Az indexek a koordináta rendszerre utalnak: a sebességnél a jobb, felső index jelzi ezt; a mátrixnál a jobb, alsó index első része a cél rendszert, a második a kiinduló rendszert mutatja. Az (1) jobb oldalán – példaként – az  $i$ -edik légszavark szögsebességét transzformáltuk a légszavark saját koordináta rendszeréből ( $Pi$ ) a test koordináta rendszerbe ( $B$ ). Megjegyezzük, hogy ennek a második transzformációnak a mátrixa a vizsgálatunkban állandó.

Napjainkban elterjedten használják a kvaterniók módszerét. A „ $q$ ” kvaterniót írhatjuk Hamilton féle alakban ((2) második tagja), skalár-vektor alakban ((2) harmadik tagja) és szám-négyesként ((2) negyedik tagja):

$$q = e_0 + e_1\underline{i} + e_2\underline{j} + e_3\underline{k} = (e_0, \underline{e}) = \{e_0, e_1, e_2, e_3\}; \quad (2)$$

A repülés mechanikában, az elforgatások leírására, kezelésére az egység kvaterniókat alkalmazzuk. Ezeket az alábbi, Euler paraméterek segítségével építhetjük fel:

$$\begin{aligned} e_0 &= \pm \left[ \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \right] \\ e_1 &= \pm \left[ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \right] \\ e_2 &= \pm \left[ \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \right] \\ e_3 &= \pm \left[ \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

ahol:  $\phi$  – a bedöntési szög,  $\theta$  – a pályaszög és  $\psi$  – az irányszög – ezek az Euler szögek.

Az elforgatást jellemző „ $q$ ” kvaternió skalár-vektor alakjában a skalár tag az elforgatási szög ( $\delta$ ) felének koszinusza, a „ $t$ ” vektor pedig a forgatás tengelyét kijelölő egységvektor:

$$q = \cos\frac{\delta}{2} + \underline{t} \sin\frac{\delta}{2} = e^{t\frac{\delta}{2}}; \quad (4)$$

A (4) kifejezés jobb oldalára írjuk az egység kvaternió speciális, Euler féle alakját. Ebből rögtön látszik, hogy az egység kvaternió inverze éppen a konjugáltja. Illetve az (1) szerinti elforgatást a megfelelő kvaternióval – itt a „ $B$ ” rendszerből az „ $E$ ” rendszerbe a következő módon lehet megvalósítani:

$$\underline{r}^E = \hat{q}\underline{r}^B \Rightarrow \underline{\underline{M}}_{EB} = \begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 & 2(e_1e_2 + e_0e_3) & 2(e_1e_2 - e_0e_2) \\ 2(e_1e_2 - e_0e_3) & e_0^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 & 2(e_2e_3 + e_0e_1) \\ 2(e_0e_2 + e_1e_3) & 2(e_2e_3 - e_0e_1) & e_0^2 - e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

A kvaterniókkal történő számolással kapcsolatban két problémát említünk. Az első a (3) egyenletben látható kettős előjel – ezt megfelelő konvencióval kell megoldani – azaz mindig az egyik, de ugyanazt az előjelet kell választani. A másik az, hogy az egység kvaterniónak a számolás során mindvégig – sok-sok számítási lépés után is, a számítási pontosságon belül – egységnyi-nek kell maradnia. Erre a követelményre pontosítási algoritmust építenek.

A repülő eszköz térbeli helyzetét mi a Földhöz rögzített koordináta rendszerben adjuk meg, jóllehet nagyobb léptékben gondolkozva, például nagyobb távolságok berepülésekor felmerülő navigációs feladatok megoldásához más rendszerek is szükségesek. Az elmozdulást az (1) kifejezés bal oldalán meghatározott  $\underline{V}_F^E$  repülési sebesség összetevőinek integrálásával számítjuk. Az elfordulásokat (az orientációt) pedig a megfelelő szögsebesség összetevők ismeretében, szintén integrálással határozzuk meg. Az általunk alkalmazott Euler szögek esetében, ez a számítás a  $\theta = \pm 90^\circ$  esetén szingulárisává válik – ezért érdemes például kvaterniók módszerét alkalmazni, amely módszer korlátozás nélkül alkalmazható. A térbeli helyzet és az elfordulások számítására elsőrendű, közönséges differenciálegyenletek szolgálnak – ezeket általában kinematikai egyenleteknek nevezzük.

A kinematikai kérdések között említjük meg a szél hatását. Ez, leggyakrabban a szélesebbség megadásával írható le, de általánosabb vizsgálat esetén a légtömegek forgását is figyelembe vehetjük. Ezt a hatást, a Földhöz rögzített koordináta rendszerben a következő módon lehet leírni:

$$\underline{V}_E^E = \underline{V}_A^E + \underline{V}_W^E \text{ és } \underline{\omega}_E^E = \underline{\omega}_A^E + \underline{\omega}_W^E; \quad (6)$$

ahol:

- $\underline{V}_E^E$  a repülő eszköz abszolút (Földhöz viszonyított) sebessége;
- $\underline{V}_A^E$  a repülő eszköz aerodinamikai (levegőhöz viszonyított) sebessége;
- $\underline{V}_W^E$  a szél sebessége, a Földhöz viszonyított koordináta rendszerben;
- $\underline{\omega}_E^E$  a repülő eszköz abszolút (Földhöz viszonyított) szögsebessége;
- $\underline{\omega}_A^E$  a repülő eszköz aerodinamikai (levegőhöz viszonyított) szögsebessége;
- $\underline{\omega}_W^E$  a levegő szögsebessége, a Földhöz viszonyított koordináta rendszerben;

Megjegyzendő, hogy a szélesebbség, illetve a levegő szögsebessége valójában egy-egy fizikai mezőt jelent, melyeket térbeli, leginkább véletlenszerű eloszlásokkal jellemezhetünk.

A következő számításokban a repülő eszköz súlypontjának sebessége mellett szerepet kap majd egy-egy meghatározott pont sebessége is. Ez a test koordináta rendszer origójának – a súlypontnak – a sebességéből és a test szögsebességével számított, forgásból származó sebesség összegként állítható elő (számoljunk a test koordináta rendszerben):

$$\underline{V}_E^B(P) = \underline{V}_E^B(O) + \underline{\omega}_0^B \times \overline{OP}^B \quad (7)$$

ahol:

- $\underline{V}_E^B(P)$  a repülő eszköz „P” pontjának abszolút sebessége;
- $\underline{V}_E^B(O)$  a repülő eszköz súlypontjának abszolút sebessége;
- $\underline{\omega}_0^B$  a repülő eszköz Földhöz viszonyított szögsebessége, szabad vektor;
- $\overline{OP}^B$  az origóból induló, a repülő eszköz „P” pontjába mutató vektor.

Az (7)-ből az abszolút sebességet számíthatjuk – esetenként az aerodinamikai sebességre van szükség, ez (6) alapján számítható, illetve a használatos koordináta rendszerbe az (1)-ben bemutatott módon transzformálható.

A repülő eszközök vizsgálatának állapotterezs modelljében, a kinematikai vizsgálatokból, általában a térbeli elmozdulást meghatározó három koordináta és az orientációt jellemző három szög származik.

## A MOZGÁSEGYENLET RENDSZER

A mozgásmennyiség megmaradásán alapuló vektor differenciálegyenlet inercia rendszerben érvényes és kimondja, hogy a mozgásmennyiség (a tömeg és a sebesség szorzata) időegységre vonatkozó megváltozásának forrása a testre ható – itt a merev repülő eszközre ható – külső, eredő erő (a (8) egyenlet jobb oldalai). Feltéve, hogy a repülő eszköz tömege a repülés során nem változik, kapjuk a jobb oldalon álló, Newton II. törvénye néven ismert összefüggést:

$$\frac{d}{dt}(m\underline{V}) = \underline{F} \rightarrow \dot{m}\underline{V} + m\frac{d}{dt}\underline{V} = \underline{F} \rightarrow m\frac{d}{dt}\underline{V} = \underline{F} \rightarrow m\underline{a}_{ABSZ} = \underline{F}; \quad (8)$$

Írjuk fel ezt a (8) egyenletet, úgy, hogy az abszolút gyorsulást a szállító és a relatív gyorsulás összegeként adjuk meg (9, baloldal). A (merev) testhez (mereven) rögzített koordináta rendszer miatt a relatív gyorsulás értéke nulla. Ebben az esetben az általában valamely szögsebességgel forgó koordináta rendszer kezdőpontjának, a Földhöz rögzített koordináta rendszerhez képesti, szállító gyorsulása az alábbi, jól ismert alakban írható. Használjuk az általában szokásos, test koordináta rendszert (9) jobb oldali kifejezése):

$$m(\underline{a}_{SZÁLL} + \underline{a}_{REL}) = \underline{F} \rightarrow m \left( \frac{\delta}{\delta t} \underline{V}_E^B + \underline{\omega}_E^B \times \underline{V}_E^B \right) = \underline{F}^B; \quad (9)$$

ahol:

- $m$  a test – repülő eszköz – tömege;
- $\underline{a}_{ABSZ}$  a test egy pontjának, gyakran a súlypontnak az abszolút gyorsulása;
- $\underline{a}_{REL}$  a test egy pontjának a relatív gyorsulása;
- $\underline{a}_{SZÁLL}$  a test koordináta rendszer origójának a (szállító) gyorsulása;
- $\underline{F}^B$  a külső erők (súlyerő + légerők + propulziós erők) eredője, a test koordináta rendszerben;
- $\delta \underline{V}_E^B / \delta t$  a repülési sebesség idő szerinti megváltozása, a test koordináta rendszerben;
- $\underline{\omega}_E^B \times \underline{V}_E^B$  a repülési sebesség szállító megváltozása, a test koordináta rendszerben.

A repülő eszköz mozgásának vizsgálatában explicit differenciálegyenletet írunk fel – a (9) egyenletet átrendezve írható:

$$\dot{\underline{V}}_E^B = (\underline{F}^B / m) - \underline{\omega}_E^B \times \underline{V}_E^B; \quad (10)$$

A perdület megmaradására épülő, gyakran nyomatékinak is nevezett vektor differenciálegyenlet, nem inercia rendszerre vonatkozó (egy lehetséges) alakja – első lépésben koordináta rendszert nem kijelölve – az alábbi:

$$\frac{d}{dt} \underline{\pi} = (\underline{r} \times \underline{F}) \rightarrow \frac{d}{dt} (\underline{\Theta} \underline{\omega}) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{d}{dt} \underline{\pi}_{FT,i} \right) = \underline{M}_0 - (\underline{\rho}_S \times \underline{a}_0) m \quad (11)$$

ahol:

- $\underline{\pi} = \underline{\Theta} \underline{\omega}$  a perdület vektora, illetve ennek idő szerinti deriváltja;
- $\underline{r} \times \underline{F} = \underline{M}_0$  az külső, eredő erő test koordináta rendszer origójára vonatkozó nyomatéka;
- $\underline{\Theta}$  a repülő eszköz tehetetlenségi tenzora;
- $\underline{\omega}$  a test (repülő eszköz) szögsebessége;
- $\underline{\pi}_{FT,i}$  az  $i$ -edik (összesen  $n$  darab) forgó elem saját perdülete, illetve ennek idő szerinti megváltozása;
- $\underline{\rho}_S$  a súlypont helyvektora (például  $\underline{\rho}_S^B$  a testhez rögzített koordináta rendszerben);
- $\underline{a}_0$  a választandó koordináta rendszer kezdőpontjának gyorsulása.

A (11) egyenletet lényegében mindig a testhez rögzített koordináta rendszerben írjuk fel. Mivel ez egy olyan koordináta rendszer, amely forgó mozgást is végez, azért az idő szerinti deriválást a (9) egyenletnél már bemutatott módon a relatív és a szállító megváltozás összegeként írjuk.

Vegyük figyelembe, hogy a tehetetlenségi tenzor a test koordináta rend-szerben állandó (leginkább ezért használjuk ezt a rendszert), és legyen a koordináta rendszer origója pontosan a súlypont, akkor ((12)-ben minden mennyiséget a test koordináta rendszerben adunk meg):

$$\underline{\underline{\Theta}}^B \frac{\delta}{\delta t} \underline{\underline{\omega}}_0^B + \left( \underline{\underline{\omega}}_0^B \times \underline{\underline{\Theta}}^B \underline{\underline{\omega}}_0^B \right) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\delta}{\delta t} \underline{\underline{\pi}}_{FT,i}^B + \underline{\underline{\omega}}_0^B \times \underline{\underline{\pi}}_{FT,i}^B \right) = \underline{\underline{M}}_0^B; \quad (12)$$

ahol:

- $\underline{\underline{\omega}}_0^B$  a repülő eszköz egészének a szögsebessége;
- $\underline{\underline{\pi}}_{FT,i}^B = \underline{\underline{M}}_{BPi} \left[ \underline{\underline{\Theta}}_{Pi}^{Pi} \left( \underline{\underline{M}}_{PiB} \underline{\underline{\omega}}_0^B + \underline{\underline{\omega}}_{Pi}^{Pi} \right) \right]$ , az „i”-edik légszár perdulata;
- $\underline{\underline{M}}_{BPi} = \underline{\underline{M}}_{PiB}^T$  a légszár és a test koordináta rendszer közti transzformáció mátrixa.

Felhasználva a mátrix szorzás asszociativitását, fejezzük ki (12)-ből a szögsebességek idő szerinti deriváltját:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\dot{\omega}}}_0^B = & \underline{\underline{R}}^{-1} \left\{ \underline{\underline{M}}_0^B - \underline{\underline{\omega}}_0^B \times \left( \underline{\underline{\Theta}}^B \underline{\underline{\omega}}_0^B \right) - \sum_{i=0}^n \underline{\underline{M}}_{BPi} \left( \underline{\underline{\Theta}}_{Pi}^{Pi} \underline{\underline{\dot{\omega}}}_{Pi}^{Pi} \right) \right\} - \\ & - \underline{\underline{R}}^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^n \underline{\underline{M}}_{BPi} \left[ \left( \underline{\underline{M}}_{PiB} \underline{\underline{\omega}}_0^B \right) \times \left( \underline{\underline{\Theta}}_{Pi}^{Pi} \left( \underline{\underline{M}}_{PiB} \underline{\underline{\omega}}_0^B + \underline{\underline{\omega}}_{Pi}^{Pi} \right) \right) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (13)$$

ahol:

- $\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{\Theta}}^B + \sum_{i=1}^n \underline{\underline{M}}_{BPi} \underline{\underline{\Theta}}_{Pi}^{Pi} \underline{\underline{M}}_{PiB}$  a mátrix elemeinek számértéke egy-egy repülési esetre állandó.

Tekintsük a repülő eszköz úgynevezett, „ $\underline{\underline{x}}$ ” állapot vektorát. Ennek eleme – többek között – a három sebesség és szögsebesség összetevő, illetve a légszárak szögsebessége is. Tekintsük továbbá a vezérlő jellemzőkből alkotott „ $\underline{\underline{u}}$ ” vektort. Legyen végül „ $\underline{\underline{z}}$ ” a környezeti jellemzők vektora. Ez például a szélesebbéget – amely rendszerint véletlenszerűen változik – is magában foglalja. A repülő eszközre ható külső erők – melyek mindegyike kötött vektor, azaz egy, meghatározott hatásvonallal bírnak – általában az állapot vektor, a vezérlő vektor és a környezeti jellemzők függvényében állnak elő:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}(\underline{\underline{x}}, \underline{\underline{u}}, \underline{\underline{z}}, \dots) \quad (14)$$

Különösen igényes számításoknál figyelembe lehet venni azt, hogy egyes aerodinamikai erők nem csak a pillanatnyi állapottól, hanem – például a leúszó örvények hatásának figyelembe vétele miatt – az elmúlt állapotoknak is a függvényei (ebben az értelemben retardált rendszerrel számolhatunk). A (14)-ben szereplő „ $\underline{\underline{F}}$ ” erő a súlyerő, az aerodinamikai erők (ellenállás erő és felhajtóerő eredője) és a propulziós erők összege. A perdulat megmaradási egyenletben szereplő nyomaték pedig a (14) szerint számított külső erőknek a választott koordináta rendszer origójára vonatkozó nyomatéka.

Ezzel rendelkezésünkre áll a (10) és (13), két, közös, explicit, normált differenciálegyenlet rendszer – ezekből (a test koordináta rendszerben) a sebesség összetevők és a szögsebesség összetevők idő szerinti deriváltja (azaz a gyorsulások és szöggyorsulások) meghatározhatók. Ezen jellemzők integrálásával követhető a sebesség és a szögsebesség idő szerinti lefutása. További integrálással pedig a repülő eszköz helyzete és orientációja számítható.

## AERODINAMIKAI MODELL

Célunk egy olyan szimuláció létrehozása volt, melynek felhasználásával különböző kialakítású és működési elvű légi eszközök széles skálájának szimulálására válunk képessé.

A fent ismertetett mozgásegyenlet rendszer megoldásához szükségünk van a szimulált légi eszközre ható külső erők és nyomatékok meghatározására a mozgásegyenlet által megkövetelt koordináta rendszerben.

Az eszközre ható külső erők kezelésére több megoldás ismeretes. Kezelhetjük az azonos jellegű erőket együttesen, mint a teljes gépre ható erők eredőjeként, pl. az ellenállás erő esetén a teljes repülőgép ellenállását vesszük figyelembe, melyet egy a teljes repülőgépet reprezentáló ellenállás tényező formájában adunk meg. Az erő által a súlypontra kifejtett nyomatékot pedig külön nyomatékként, egy külön nyomatéki tényezővel adunk meg. Ennek a módszernek hátránya, hogy minden helyzetet külön tényezőkkel és derivatívokkal kell megadni annak érdekében, hogy minden paraméter változását (állásszög, csúszási szög, kormánykitérítések, stb.) figyelembe vegyük [15]. Emellett a különböző típusú eszközök szimulálása más és más modell felírását igényelné, melynek kezelése nehézkessé válna, egyenként kellene őket leprogramoznunk.

Lineáris modellek esetén a tényezőkkel és derivatívokkal felírt modell megfelelő módszer, azonban széles üzemmód tartományokon ez a megoldás már nem, vagy csak igen nehezen számítható, mert minden egyes tényezőt és derivatívot az adott repülési helyzetnek megfelelően kellene megadni.

### **Moduláris felépítésű több felület modell**

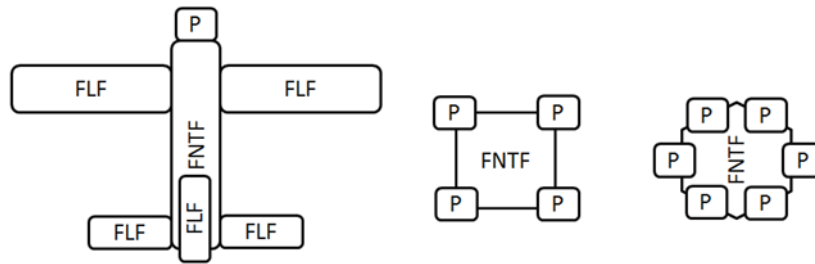
A fent említett problémák kiküszöbölésére, vagy legalábbis azok mérséklésére alkalmaztuk a moduláris felépítésű modellt, melynek alkalmazásával egymástól lényegesen eltérő felépítésű modelleket is képesek vagyunk szimulálni. Míg egy merevszárnyú repülőgép fő alkotóelemei a szárnyak, vezérsíkok, a törzs és a hajtást adó motorok és légcsavarok, addig a multikopterek esetén ez csak motorokra, légcsavarokra és törzsré redukálódik. A kétféle eszköz működése és alapvető paraméterei is jelentősen eltérnek egymástól.

Az általunk szimulált merev testre ható erőket és nyomatékokat a következők adják:

- súlyerő;
- felhajtóerőt létrehozó felületek (FLF);
- felhajtóerőt nem termelő felületek (csak ellenállást okoz felületek) (FNTF);
- propulziós rendszer (motor és légcsavar együttese) (P).

A súlyerő kivételével mindegyik elemre létrehoztunk egy általánosított modult, melyek együttes alkalmazásával felépíthető egy tetszőleges kialakítású repülőgép modell.

A felhajtóerőt létrehozó felületek modult alkalmazhatjuk a szárnyak, vezérsíkok, vagy különálló kormányfelületek modellezésére. A felhajtóerőt nem termelő felületeket, a csak ellenállás termelő elemek, mint pl. a törzs, vagy egyéb külső függesztmények modellezésére használhatjuk. A propulziós rendszert pedig a merevszárnyú repülőgépeken és multikoptereken alkalmazott motorok modellezésére használhatjuk.



1. ábra Hagyományos elrendezésű egymotoros merevszárnyú repülőgép, quadcopter és hexacopter moduláris modelljének felépítése

Az egyes felületeken ébredő légerőket a felület AC (aerodinamikai középpontjában) vesszük fel. A felületet érő áramlás irányát és sebességét is ebben a pontban számított megfúvás jellemzőiből határozzuk meg test koordináta rendszerben (ezért a B indexet elhagyjuk az összefüggéséből).

$$\underline{V}_{AC} = \underline{V} + \underline{\omega} \times \underline{r}_{AC} - \underline{V}_{wind} - \underline{V}_{ind} \quad (15)$$

Bevezetve a felület koordináta rendszerét, melyet a felület test koordináta rendszerhez képesti beállítási illetve V-belállítási szögének felhasználásával kapunk, számíthatjuk a felület megfúvási sebesség vektorát az AC pontban.

$$\underline{V}_{AC}^S = \underline{M}_{SB} \cdot \underline{V}_{AC}^B \quad (16)$$

Az AC pontbeli sebességvektor ismeretében már számítható az állásszög, a csúszási szög, valamint az eredő megfúvási sebesség. Ennek segítségével meghatározhatók a légerők és nyomatékok a felület szél koordináta rendszerében, ezeket már csak át kell számítani a mozgásegyenlet megoldásához szükséges test koordináta rendszerbe.

$$\underline{F}^B = \underline{M}_{BS} \cdot \underline{M}_{SW} \cdot \underline{F}^W \quad (17)$$

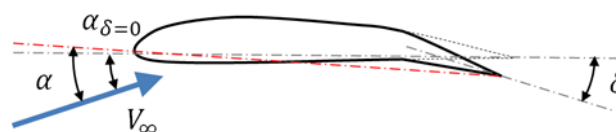
A felületen ébredő nyomatékok:

$$\underline{M}^B = \underline{M}_{BS} \cdot \underline{M}_{SW} \cdot \underline{M}^W + \underline{r}_{AC} \times \underline{F}^B \quad (18)$$

## Kormányfelületek

Következő fontos feladat a szimulált eszközök irányíthatóságát biztosító kormányzás megvalósítása. A szimulációban a kormányzás definiálására alapvetően két módszer lehetséges, de felhajtóerő termelő felületenként csak egy kormány és kormányzási mód definiálható.

Az első módszer a kormánylap definiálására, hogy egy hagyományos, a felület kilépőélén elhelyezett, lefelé és felfelé is kitérítendő lap kerül definiálásra, mellyel szimulálható a kormány, vagy az ívelőlap hatása. Definiáláskor a kormánylap geometriai jellemzőin túl (pl.: húrhossz, fesztáv) egy úgynevezett kormányhatásosságot is definiálni kell.



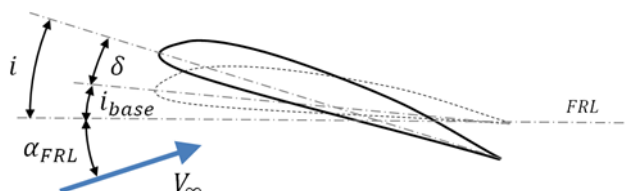
2. ábra Hagyományos kormánylap



A modell a kormánylap kitérítés hatását állásszög változásként írja le, amihez a kormányhatásosságot az állásszög kormánykitérítési szög deriváltjaként definiálhatjuk, és a (19) szerint számíthatjuk.

$$\alpha = \alpha_{\delta=0} + \frac{\partial \alpha}{\partial \delta} \cdot \delta \quad (19)$$

Másik módszer a külön kormánylap nélküli, osztatlan, felhajtóerőt termelő felület elforgatásával (balansz kormány) teszi lehetővé a szimulált repülőgép kormányzását úgy, hogy ezzel közvetlen módon befolyásolja a felület állásszögét.



3. ábra Osztatlan felületként működő kormánylap állásszögének értelmezése

A teljes felület állásszöge a közepes aerodinamikai húrnál a repülőgép testkoordináta rendszerben értelmezett építési vízszinteséhez mért állásszögének, a felület beállítási szögének függvényében számolható.

$$\alpha = \alpha_{FRL} + i_{base} + \delta \quad (20)$$

Ahol  $\alpha_{FRL}$  a test koordináta rendszerben értelmezett állásszög,  $i_{base}$  a felület  $0^\circ$ -os kormánykitérítéshez tartozó állásszöge,  $\delta$  pedig kormánylap kitérítésének szöge.

### Indukált sebesség

Minden felhajtóerőt termelő hordfelület megváltoztatja az áramlás irányát (indukált sebesség), így minden felület hat az áramlás irányában mögötte elhelyezkedő felületet érő áramlás irányára és nagyságára is. Abból a közelítésből kiindulva, hogy egy szimmetrikus hordfelület a teljes fesztávolságával megegyező átmérőjű áramcsőben áramló levegőre van hatással, az indukált sebességet a következő kifejezéssel közelíthetjük a hordfelület szél koordinátarendszerében:

$$\underline{V}_{ind} = \frac{-2 \cdot (\underline{F} + \Delta \underline{F})}{2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot |\underline{V}|} \quad (21)$$

ahol  $b$  a teljes fesztávolság,  $\rho$  a levegő sűrűsége,  $\underline{V}$  a felületet érő áramlás sebességvektora,  $\underline{F}$  és  $\Delta \underline{F}$  a felületen és a kormánylapon ébredő erő.

Az így kapott indukált sebességet hozzá kell adni a hordfelület mögött található hordfelületek megfúvási irányához, a megfelelő koordináta transzformációk után. Ezzel pl. a szárny mögött elhelyezkedő vezérsíkon ébredő erő pontosabban számolható, ami hatással van a gép stabilitására is.

A szimuláció tetszőleges konfigurációjú gépek modellezésére kellett, hogy alkalmas legyen, így az algoritmust és a bemenő paramétereket úgy kellett kialakítani, hogy komolyabb, a felhasználó beavatkozását igénylő algoritmusbeli módosítások nélkül is képes legyen ellátni a feladatát. Ehhez egy kapcsolati mátrix került definiálásra a repülőgép tulajdonságait leíró paraméterek között, melyben a repülőgép definiálásakor megadható, hogy mely felületek hatnak egymásra a normális repülési helyzetben. Ez a megoldás bár egyszerű, de korlátai között meg kell

említeni, hogy a normál repülési helyzettől jelentősen eltérő repülési manőverek esetén pontatlan eredményt ad. Ezért a későbbiekben egy olyan futásidőben futó algoritmus kialakítása és szimulációba építése lesz szükséges, ami a pillanatnyi repülési helyzetnek megfelelően képes a kapcsolati mátrix elemeit változtatni az egymásra hatás pontosabb leírása érdekében.

### Átesés után

Célként tűztük ki, hogy a szimuláció széles repülési tartományban szolgáltatson eredményeket, így lehetővé téve, hogy ne csak egy előre definiált trimmhelyzet körüli szűk tartományban legyen alkalmas a repülés szimulálására. Ennek érdekében felhajtóerő tényező és ellenállás tényező értékeit az állásszög függvényében 0-360°-is tartományon kívántuk megadni. Ehhez az állásszög három tartományra osztottuk.

#### Átesés előtti tartomány

Ebben a tartományban a felhajtóerő tényező jellemzően lineáris, melyet egy meredekséggel tudunk leírni.

$$C_L = C_{L\alpha} \cdot \alpha \quad (22)$$

Egy adott geometriájú hordfelület esetében a  $C_{L\alpha}$  értéke szélcsatorna adatokra vagy valamilyen aerodinamikai számítás (CFX, XFLR5, Tornado stb.) eredményeire alapulhat.

Az ellenállás tényezőt a következő képlet alapján számoljuk:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot Osw} \quad (23)$$

A nulla felhajtóerőhöz tartozó ellenállás ( $C_{D0}$ ) és az Oswald faktor ( $Osw$ ) értékét külső forrásokból származó adatok alapján kell meghatározni, melyek lehetnek akár valamilyen számítás eredményei is. A karcsúság ( $AR$ ) értéke szimmetrikus hordfelület esetén a hordfelület fél fesz-távolságával számolt karcsúság kétszerese.

A szárnynyomatéki tényező egy  $C_{m0}$  konstans értékkel jól leírható, melyet a hordfelület geometriája alapján külső forrásokból lehet meghatározni.

#### Átesés utáni tartomány

Ebben a tartományban a hordfelületek légerő tényezőit a síklap karakterisztikájával közelítettük, melynél a jellemzőket elsődlegesen a szárnykarcsúság határozza meg, nem pedig az alkalmazott profil jellemzői [11].

Eszerint a felhajtóerő tényező:

$$C_L = \frac{C_{Dmax}}{2} \cdot \sin 2\alpha + A_2 \cdot \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin \alpha} \quad (24)$$

ahol

$$A_2 = (C_{Ds} - C_{Dmax} \cdot \sin \alpha_s) \cdot \frac{\sin \alpha_s}{\cos^2 \alpha_s} \quad (25)$$

Az ellenállás tényező:

$$C_D = C_{Dmax} \cdot \sin^2 \alpha + B_2 \cdot \cos \alpha \quad (26)$$

ahol

$$C_D = 1,11 + 0.018AR \quad (27)$$

$$B_2 = \frac{C_{Ds} - C_{Dmax} \sin^2 \alpha_s}{\cos \alpha_s} \quad (28)$$

Ahol az s index a kritikus állásszögre utal.

### Átmeneti tartomány

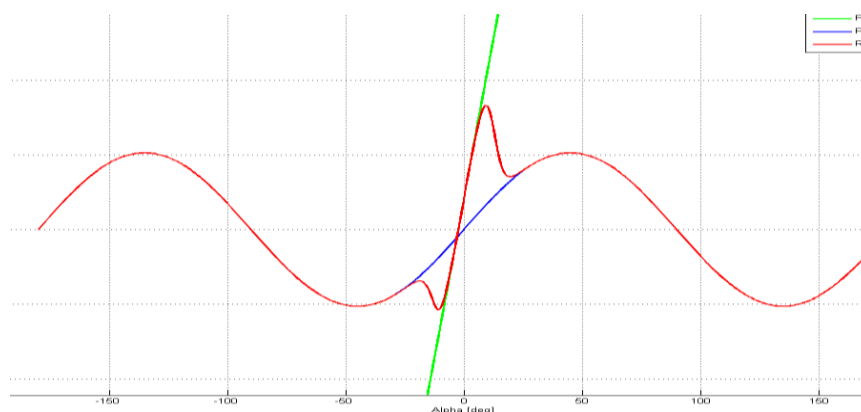
Az átesés előtti és átesési után tartományt összekötő szűk tartományon a [3] alapján egy szigmoid átmeneti függvényt alkalmaztunk:

$$\sigma(\alpha) = \frac{1 - e^{-M(\alpha - \alpha_s)} + e^{M(\alpha + \alpha_s)}}{(1 + e^{-M(\alpha - \alpha_s)}) \cdot (1 + e^{M(\alpha + \alpha_s)})} \quad (29)$$

Így a keresett tényező megkapható

$$C(\alpha) = [1 - \sigma(\alpha)] \cdot C_{pre}(\alpha) + \sigma(\alpha) \cdot C_{post}(\alpha) \quad (30)$$

Ezek alapján a statikus felhajtóerő tényező állásszög diagram a 4. ábrán látható módon alakul.



4. ábra Felhajtóerő tényező a teljes állásszög tartományon

## A LÉGCSAVAR MODELL

Propulziós erőt valamely, arra alkalmas szerkezet – például légcsvavar, gázturbina, reaktív hajtómű – hoz létre. A vizsgálatainkban részletesebben, a hazai viszonyok között adódó feladatoknál legjelentősebbnek mondható légcsvavarokkal foglalkozunk (nem túl ritkák az olyan repülő eszközök, amelyek négy vagy akár nyolc légcsvarral is rendelkeznek). Tekintsünk példaként egy légcsvart, illetve az ahhoz rendelt koordináta rendszer origóját. Ennek a pontnak a levegőhöz viszonyított sebességét (7)-nél leírtak szerint határozzuk meg.

Bontsuk fel a levegőhöz viszonyított sebességet tengelyirányú ( $V_0$ ) és a forgássíkba eső ( $V_S$ ) összetevőre (az egyszerűség kedvéért tekintsük a nulla szélesség esetét):



## Az oldalirányú erő

A repülő eszközök repülése során a légsavart (légcsavarokat) a legritkább esetben éri pontosan szemből a légáram; általában ferde megfúvásban működnek (5. ábra). A következőkben feltesszük, hogy az oldalirányú megfúvás sebessége a tengelyirányú megfúvás sebességéhez képest kicsi, illetve az oldalirányú levegősebesség összetevő jelentősen kisebb, mint a légsavar lapátok lapátvég sebessége.

Az itt következő megfontolás, illetve számolás elméleti jellegű, ellenőrzése, elmélyítése mérés-  
sel lenne lehetséges. Tegyük fel, hogy oldalirányú erő keletkezik a légsavar sugár irányának megváltozása, illetve az oldalirányú áramlás miatti tárcsasúrlódás következtében. A második erő-összetevő számítása a következő módon lehetséges:

$$F_{o1} = \frac{\rho}{2} V_s^2 \frac{D^2 \pi}{4} c_{D0}; \quad (32)$$

Vagyis feltesszük, hogy az alak-ellenállás csak a  $V_s$  oldalirányú megfúvásból következik, illetve, feltesszük, hogy  $c_{D0}$  az alak-ellenállás tényező értéke; a szimulációkban 0.05 számérté-  
kel közelítettük.

Feltesszük, hogy a súrlódás miatti mozgásmennyiség csere miatt csökkenti az oldalirányú megfúvási sebességet. Vagyis feltettük, hogy a tengelyirányban számított tömegáram helyett az oldalirányú se-  
bességgel számított tömegáramot kell figyelembe venni. A fenti kifejezés rögtön a kétszeres indukált sebességet adja – emiatt a mozgásmennyiség változásból származó oldalero értéke:

$$F_{o2} = \dot{m} \Delta V_s = \dot{m} \frac{F_{o1} V_0}{\dot{m} V_s} = F_{o1} \frac{V_0}{V_s} = \frac{\rho}{2} V_s^2 \frac{D^2 \pi}{4} c_{D0} \frac{V_0}{V_s} = \frac{\rho}{2} V_s \frac{D^2 \pi}{4} c_{D0} |V_0|; \quad (33)$$

A fenti kifejezés utolsó tagjában a  $V_0$  sebesség abszolút értékét vettük, mivel ez a sebesség pozitív és negatív egyaránt lehet, miközben az eredő oldalirányú erő mindig a  $V_s$  sebesség-összetevő egye-  
nesén fekszik és vele ellentétes értelmű. Az eredő erő a két rész összege, számértéke, a választott számértékek esetében, a feltételeink mellett, a tengelyirányú erőnek a töredéke.

Ezzel a légsavaron keletkező eredő erő, az adott légcsavarhoz kötött koordináta rendszerben kiszámolható. A szimulációban ezeket az erőket (is) a test koordináta rendszerbe számoljuk át:

$$\underline{F}_{Pi}^B = \underline{M}_{BPi} \underline{F}_{Pi}^{Pi} = \underline{M}_{BPi} \begin{bmatrix} T_{Pi} \\ F_{PiOY} \\ F_{PiOZ} \end{bmatrix}; \quad (34)$$

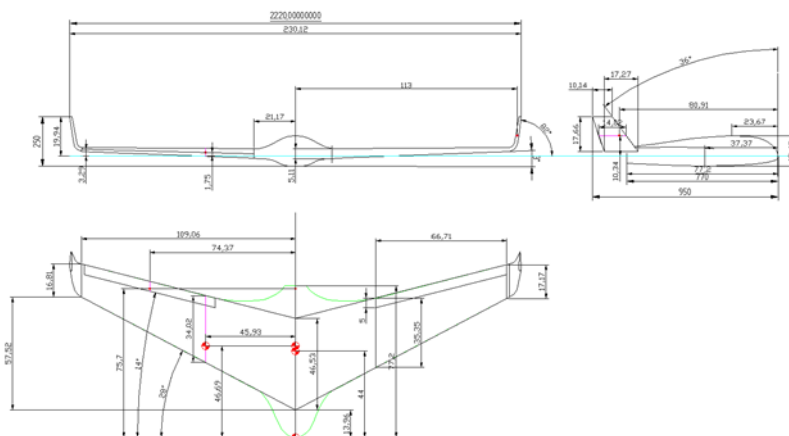
Az erőket tehát a megfelelő légsavar koordináta rendszer origójában érvényes sebesség alapján meghatározott előrehaladási fok függvényében, a (31), illetve (34) alapján határozzuk meg. A test koordináta rendszer origójára vonatkozó nyomatékukat pedig a megfelelő helyvektor és erő vektor vektori szorzata adja meg.

## PARAMÉTEREK FELTÖLTÉSE

### Méréssel

Méréssel meghatározható paraméterek legnagyobb csoportját a geometriai méretek adják, melyek a közvetlen szimulációs felhasználás mellett nélkülözhetetlenek a számítással meghatározható paraméterek számításainál is.

A különböző repülő modellek esetében a szimulációhoz fontos bemenő méretek megállapítása nem mindig volt közvetlenül mérhető a gépek mérete, alakja vagy a méréshez rendelkezésre álló eszközök és helyszín korlátai miatt. Ennek köszönhetően a geometriai paraméterek meghatározása minden esetben a repülőgép méreteinek felmérésével kezdődött, melynek felhasználásával elkészítettük a gépek pontos 3 nézeti rajzait. A rajzokról pedig már a kívánt méretek egyszerűen méréssel, vagy szerkesztéssel adódódtak.



7. ábra Mérések eredményeiből megrajzolt X8-as 3 nézeti rajza

A geometriai tulajdonságok mellett fontos jellemzője a modellezett eszköznek a tömege, annak eloszlása és súlypontjának helye. Az eszközök tömegét egyszerű mérleggel mértük meg egy alap konfigurációban, ami nem egyezik meg a repülésre felkészített modell konfigurációjával és így tömege és tömegeloszlása sem azonos. Ennek oka, a rendelkezésre álló mérlegek mérési tartománya, mely több eszköz esetében jóval a repülési tömeg alatt volt. Másrészt a repülőeszközök a repülési feladatnak megfelelően különböző felszereltséggel és elrendezéssel teljesítik a feladataikat, ami változást jelent a tömegben és annak eloszlásában is.

Hogy ezt kezelni tudjuk a szimulációk során és különböző konfigurációban végrehajtott repüléseket is szimulálni tudjunk, lemértük az egyes sárkányok, sárkány részegységek (szárny, törzs, vezérsíkok stb.), kiegészítő eszközök (akkumulátorok, fényképezőgépek stb.) tömegét, meghatároztuk tömegközéppontját, melyekből számítható a repülésre felkészített gépek pontos tömege és súlypontjának helye.

A repülő eszközök tömegeloszlását leíró tehetetlenségi nyomatékok meghatározását az eszközök jellegéből adódóan kétféle módon határoztuk meg. Multikopterek esetében a kis méret és tömeg lehetővé tette, hogy a különböző tengelyek mentén értelmezett tehetetlenségi nyomatékokat méréssel határozzuk meg, melynek során az eszközt valamely tengelye körül meglengettük és a lengésidőből számítottuk a súlypontra vett tehetetlenségi nyomatékot. A számítást a felfogás és a lengetés tengelyének egymáshoz képesti viszonya alapján egyszerű fizikai ingaként vagy bifiláris ingaként végezhetjük el a mért adatokból.

Egyszerű fizikai inga összefüggése:

$$I = mgL \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (35)$$

ahol:

→  $m$  a tömeg [kg];

- L a lengetés tengelye és a súlypont távolsága [m];
- T a mért periódusidő [s].

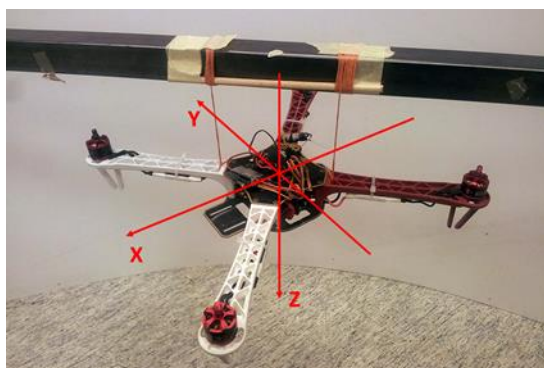
Innen a súlypontra vett tehetetlenségi nyomaték a Steiner-tétel felhasználásával számítható.

$$I_s = I - mL^2 \quad (36)$$

A bifiláris inga modellt a multikopterek függőleges tengely körüli tehetetlenségi nyomatékának meghatározásához használtuk, mely egyben a súlyponton is átmegy, így ez az összefüggés a használt mérési elrendezésben közvetlenül a súlyponti tehetetlenségi nyomatékot adja:

$$I_s = \frac{mgd^2}{4l} \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (37)$$

Ahol: d – a függesztések közötti távolság [m], l – a függesztések hossza [m]



8. ábra Lengetési kísérlethez felfüggesztett F450-es modell.

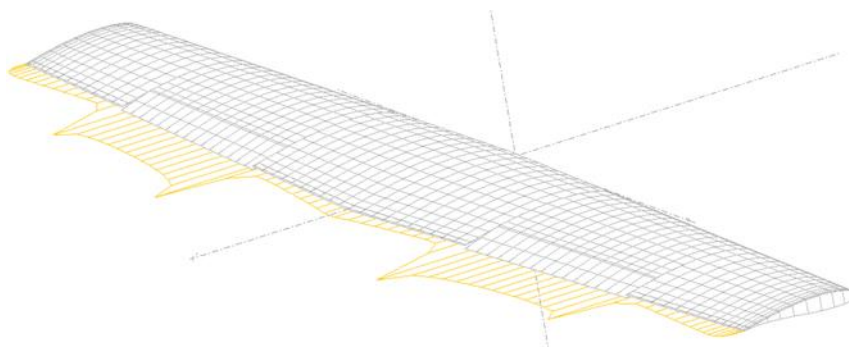
Ezzel megkaptuk a sárkányszerkezet tehetetlenségi nyomaték tenzorát, ami nem egyezik meg a végleges repülésre felkészített gép azonos fizikai jellemzőivel. További méréssel és számítás-sal meghatároztuk a felszerelésre kerülő elemek tehetetlenségi nyomatékait, és így már a mecha-nikából közismert összefüggések segítségével meghatározhattuk a repülésre felkészített repü-lőgépek tehetetlenségi tenzorait.

A multikoptereknél lényegesen nagyobb merevszárnyú gépeknél a tehetetlenségi nyomatéko-kat, a méréshez megfelelő hely és eszközök hiányában a geometriai, tömeg és súlypont adatok-ból, egyszerű geometriai formákra történő felbontás után manuális számítással határoztuk meg minden repülési konfigurációra.

A szimulációhoz szükséges egyéb paraméterek, mint a motorok vonóereje, nyomatéka, a mo-delleken alkalmazott szervók mozgásjellemzői szintén méréssel kerültek meghatározásra.

### Számítással

Az aerodinamikai paraméterek, melyek az ébredő légerők és nyomatékok meghatározásához kellenek a szimulációban számítás-sal kerültek meghatározásra, melyhez elsődlegesen a széles körben alkalmazott XFLR5 programot [14] használtuk, melyet ellenőrzésképpen saját örvény-panel módszert használó algoritmusunkkal is ellenőriztünk.



9. ábra Observer szárnya 5 fokra kitérített fékszárnyakkal.

A programmal történő számításokhoz a geometriai méretek felhasználásával létrehoztuk a me-revszárnyú gépek és azok részegységeinek örvénypanel modelljét, melyekre különböző Rey-nolds-számokon számításokat végeztünk és egyszerűbb esetekben ellenőriztünk a saját algorit-musunkkal is. A szárnyak és vezérsíkok kitérített kormányval ellátott modelljeit is elkészítettük, hogy számításokat végezhesünk a kormányok hatását leíró tényezők meghatározásához is (38).

$$\frac{d\alpha}{d\delta} = \frac{dC_L}{d\delta} \cdot \frac{d\delta}{d\alpha} = \frac{dC_L}{d\delta} \cdot \frac{1}{C_L^\alpha} \approx \frac{C_{L\delta=10} - C_{L\delta=0}}{\delta} \cdot \frac{1}{C_{L\delta=10}^\alpha} \quad (38)$$

A számítással kapott paraméterekhez illesztettük a modellben használt aerodinamikai tényezők széles állásszög tartományú viselkedését leíró modellt.

## Repülési mérések

A szimulációkhoz szükséges paraméterek kellő pontosságú megállapításához több esetben nem elméleti összefüggések vagy szakirodalmi források segítségével lehet eljutni, hanem mérések segítségével. Elsősorban a légerő tényezők kapcsán van sok olyan adatra is szükség, melyeket közvetlen méréssel nem lehet meghatározni. Ezek meghatározásához repülés közben kell ada-tokat gyűjteni.



10. ábra A mérőrepülőgép

A repülési mérések módszerének kidolgozásához egy repülőgépet építettünk. A gép méreteinek meghatározásakor a praktikusság és a pontosság közötti kompromisszumot kellett meghozni. Minél nehezebb egy gép, annál pontosabban lehet vele mérni, azonban annál körülményesebb



a használata, és annál kevesebb mérést lehet vele elvégezni adott idő alatt, adott erő-forrást feltételezve.

Az AMORES projekt adottságai alapján egy felsőszárnyas, hagyományos elrendezésű gép mellett döntöttünk, melynek törzse és szárnya is üvegszállal erősített habmag. (10. ábra)

A repülőgép adatai:

- felszállótömeg : 2700 g
- fesztávolság : 1500 mm
- szárnyfelület : 0,375 m<sup>2</sup>

A mérőrendszer adatai:

- AHRS : Xsens MTi-G
- áram- és feszültségmérő : Sparkfun Current Sensor 90A
- magasság és sebességmérő : EagleTree Airspeed and Altitude Sensor
- robotpilóta és adatgyűjtő rnds. : Paparazzi TWOG 1.0

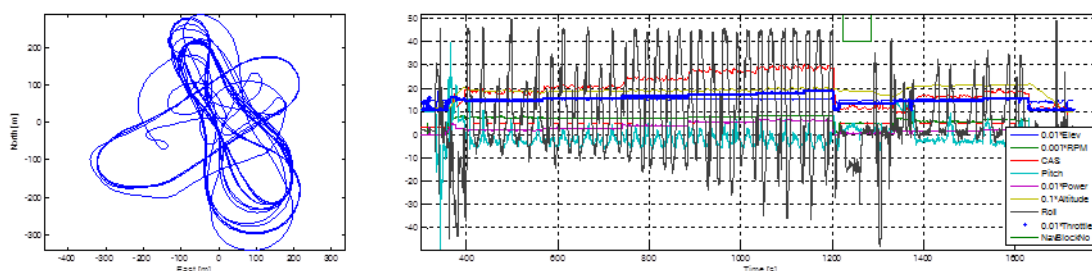
A mérőrendszerrel a következő légi méréseket végeztük:

2013. november 04	új motorbeállítások tesztelése	1022 mp
2013. november 11	fordulatszámérő földi kalibrálása	371 mp
2013. november 12	trimmhelyzet beállítása	607 mp
	oldalkormány és AUTO1 beállítása	851 mp
	AUTO2 tesztelése	680 mp
	időtartam repülés	3480 mp
2013. november 14	AUTO2 beállítása	969 mp
	AUTO2 beállítása	447 mp
	AUTO2 tesztelés	1390 mp
	AUTO2 beállítása	543 mp
2013. november 15	AUTO2 finomhangolás	897 mp
	Penauld-diagram mérése	1235 mp
	Penauld-diagram széllel párhuzamosan	2759 mp
2013. november 16	Autoair speed hangolás	2999 mp
2013. november 17	Autoair speed finomhangolás, Penauld diagr.	1601 mp
	Válasz doublet típusú gerjesztésre	742 mp
2013. november 22	Navigáció hangolás, új rádió firmware teszt	1598 mp
	Navigáció hangolás	622 mp
2013. november 30	Átkonfigurált mixek tesztelése	523 mp
	RPM mérés ellenőrzése	1085 mp
<b>Összesen:</b>		<b>76 11p 50mp</b>

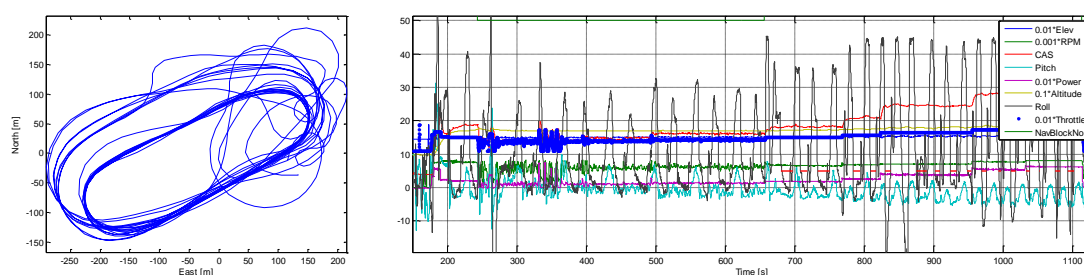
1. táblázat Repülési napló

A több, mint hét órányi adat nagy része a repülőgép, a mérőrendszer és a robotpilóta tesztelése és beállítása során keletkezett. Eközben a rendszer megbízhatóan működött, javításra nem volt szükség. A robotpilóta behangolását kellett elvégezni, és mérésekhez szükséges időjárás minimumokat kitapasztalni. Megállapítottuk, hogy egy 8,0 kg/m<sup>2</sup> felületi terhelésű repülőgép esetében 1 m/s-os talajmenti alapszél mellett még értékelhető mérési eredmények születnek, és így a trimmhelyzetekben érvényes repülési paraméterek már megállapíthatók.

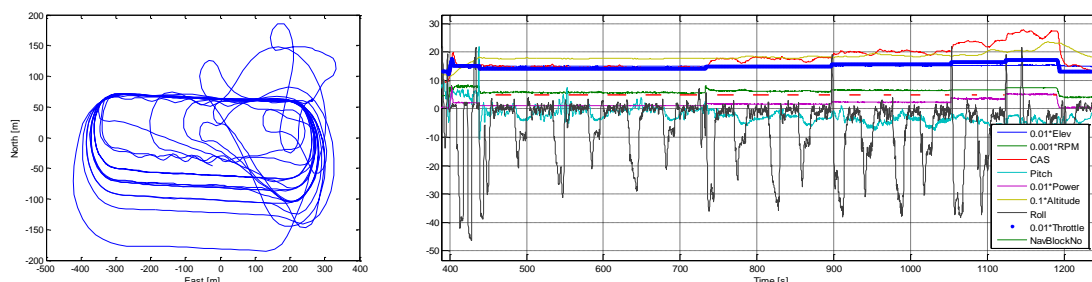
A november 15-i, 17-i és 30-i repülések szolgálták a gép jellemzőinek kvantitatív meghatározására. Mindhárom nap ovális pályán különböző, előre beállított gázkarállás (PWM kitöltési tényező) mellett repült a gép állandó magasságon, egyenletes sebességgel.



11. ábra 2013. november 15-i mérés



12. ábra 2013. november 17-i mérés

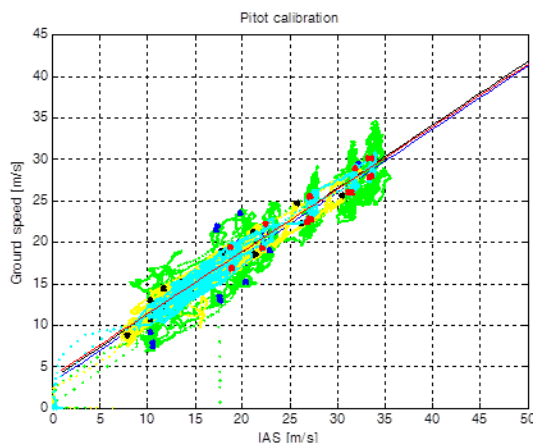


13. ábra A 2013. november 30-i mérés

A fenti mérések során azokat a legalább 10 mp-es mérési szakaszokat tekintettük érvényes trimmhelyzetnek, amelyekre igaz:

- bedöntés :  $-5^\circ < \varphi < +5^\circ$
- sebesség :  $\Delta CAS < 1 \text{ m/s}$
- magasság :  $\Delta h < 1 \text{ m}$
- hosszdőlésszög :  $\Delta \theta < 1.5^\circ$

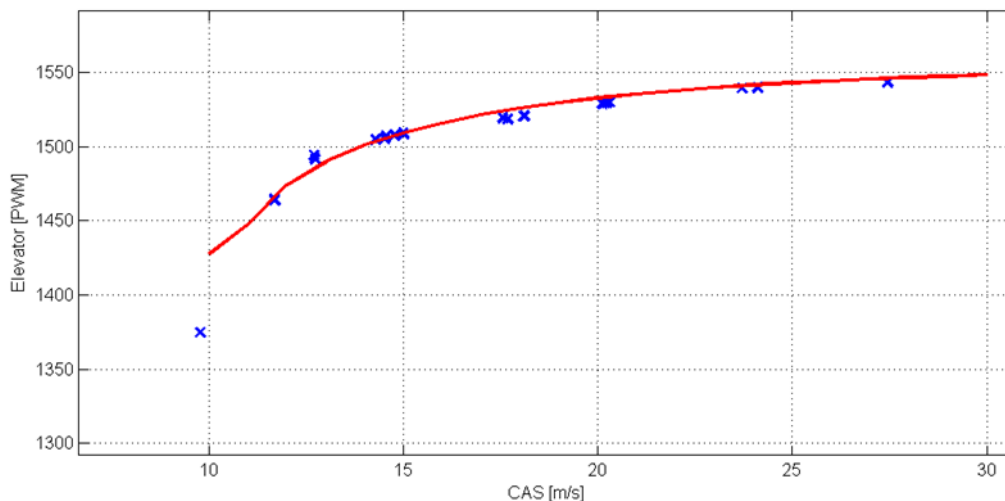
Első lépésként a sebességmérőt kalibráltuk. A széliránnyal párhuzamos, egyenes repülések során mértük GPS segítségével a talaj fölötti sebességet (GS) valamint egy Pitot cső segítségével az indikált sebességet (IAS). A kettő kapcsolatát mutatja a 14. ábra. A pontfelhő az összes mért pontpárt, a kiemelt pontok a trimmhelyzetek átlagolt értékpárjait ábrázolják.



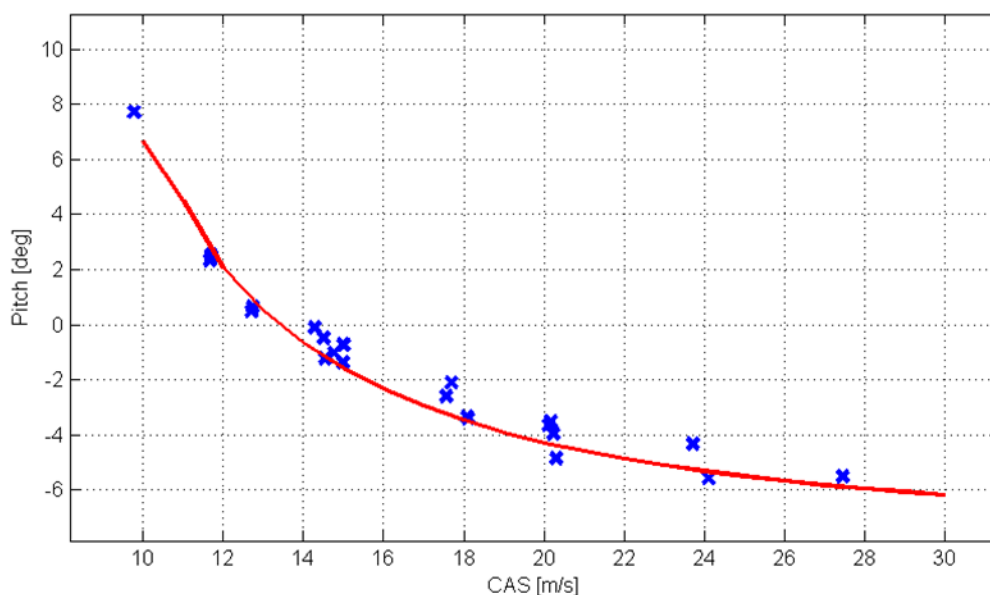
14. ábra A sebességmérő kalibrálása

A szél mentén és a széllel szemben megtett szakaszok összevetésével kiküszöböltük a szélességet a GS-ből, és így határoztuk meg a valódi sebességet (TAS). A levegő aktuális sűrűségét egy Kestrel 4500 típusú műszerrel mértük, és ennek figyelembevételével számoltuk az ekvivalens légsebességet (EAS), amely a kis sebességre való tekintettel megegyezett a kalibrált sebességgel (CAS). A CAS és az adatrögzítő által mért indikált sebesség (IAS) összevetésével kalibráltuk a sebességmérőt.

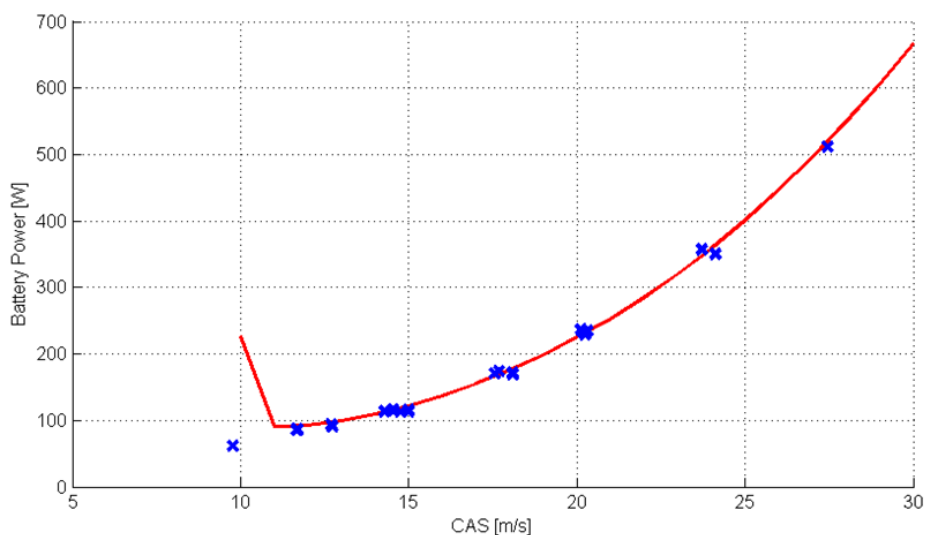
Következő lépésként a trimmhelyzeti feltételeknek megfelelő mérési szakaszokon meghatároztuk a magassági kormány helyzetének, a hosszdőlésszögnek és az akkumulátor által leadott teljesítménynek az átlagát, és ábrázoltuk a szimuláció trimmhelyzeti számításának eredményével. A modellben addig változtattuk a kormányhatásosságot, a felhajtóerő meredekséget, valamint a poláris paramétereit, amíg a mérés és a szimuláció eredménye megegyezett. Így a modellt identifikáltuk.



15. ábra Magassági kormány helyzete a sebesség függvényében trimmszámítással (piros) és mérések alapján (kék)



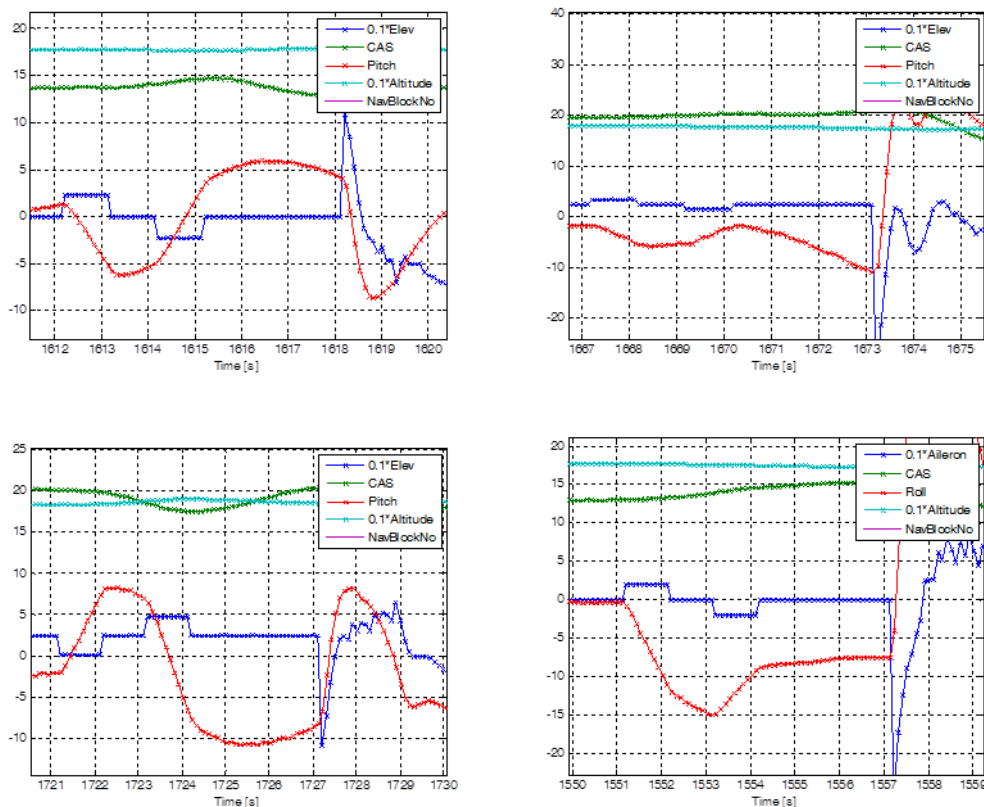
16. ábra Hosszdőlésszög a sebesség függvényében trimmszámítással (piros) és mérések alapján (kék)



17. ábra Akkumulátorból felvett teljesítmény a sebesség függvényében trimmszámítással (piros) és mérések alapján (kék)

A mérések további elemzésekor olyan önellentmondásra bukkantunk, amely csak a fordulatszám-mérés hibájával tudtunk magyarázni. A hiba okát nem sikerült egyelőre megállapítani, mert a labor mérések során a jelenséget nem tudtuk reprodukálni. Emiatt a motor és a légszavar hatásfokáról, valamint együttműködéséről kvantitatív adatok nem születtek az adott repülőgép esetében, de kvalitatív értékelésünk szerint a mérési módszer az érzékelő kijavítása után ezen a téren is megbízható eredményt fog szolgáltatni. A szimulációban a labormérések alapján 60% összhatalmokat vettünk fel a légszavar-motor-szabályzó egységre.

A mérések során vizsgáltuk különböző mértékű doublet típusú gerjesztő jelek hatását is a magassági és a csűrőkormányon különböző sebességeknél. A doublet matematikailag a Dirac függvény deriváltja. Paraméter-identifikálás céljából végzett mérések során a bemenő jelek pozitív, illetve negatív irányba történő megváltoztatásával helyettesítik.



18. ábra: Doublet gerjesztés a magassági kormányon (a, b, c) és a csűrőkormányon (d)

A logokból egyértelműen megállapítható, hogy

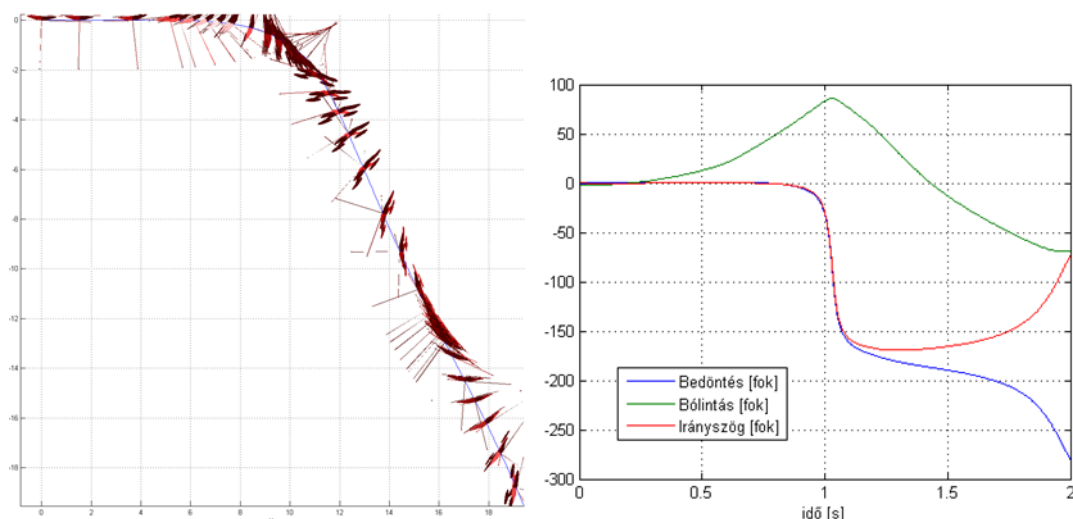
- az alkalmazott doublet-ek megfelelő mértékben gerjesztik a repülőgép mozgását;
- az Xsens érzékelő alkalmas a repülőgép válaszának mérésére;
- a mintavételezés még éppen megfelelő.

Ezzel elértük a kitűzött célt, azaz kidolgoztunk és végrehajtottunk olyan mérőrepüléseket, melyekkel az adott érzékelők és mérőrendszer segítségével a repülőgép trimmhelyzeteit és dinamikus válaszai meghatározhatók. A mérések ismételtőségét is demonstráltuk.

## SZIMULÁCIÓ, EREDMÉNYEK

Ebben a fejezetben röviden bemutatjuk pár repülési szituáción keresztül a szimuláció működését.

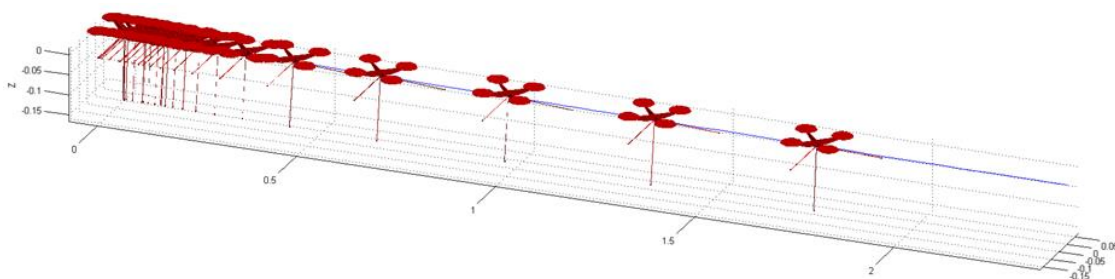
A 19. ábrán egy magára hagyott F450-es quadcopter modellje látható, amint 10m/s kezdősebességgel vízszintes irányban trimmhelyzetből indítva a szimulációt, a trimmhelyzetnek megfelelően konstans vezérlőjelekkel repül.



19. ábra F450-es repülése pilóta nélkül

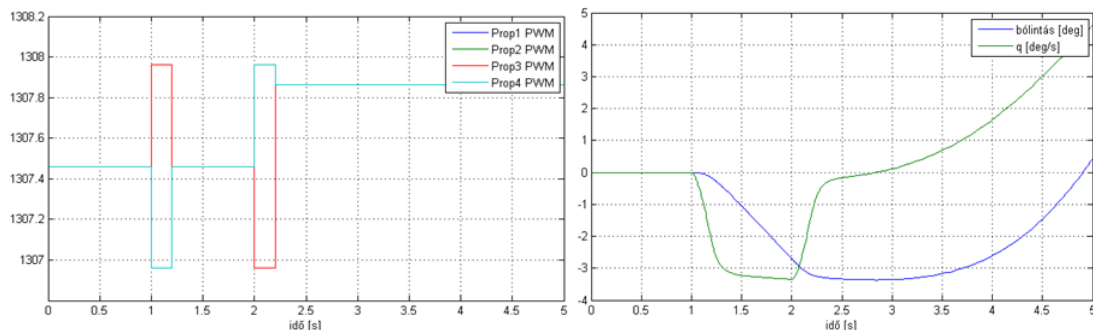
Az eredményekből jól látható a multikopterek instabil hajlama. Ennek következtében a bólintási szöge növekvő ütemben pozitív irányban növekszik, majd háthelyzetbe fordul.

A 20. ábrán egy szabályzó nélküli quadcopter látható, ami lebegésből ( $V=0$ ) előre bólintó mozgást elindító, majd a mozgást megállítani próbáló vezérlő jelek hatására megindul.



20. ábra F450-es elindulása lebegésből

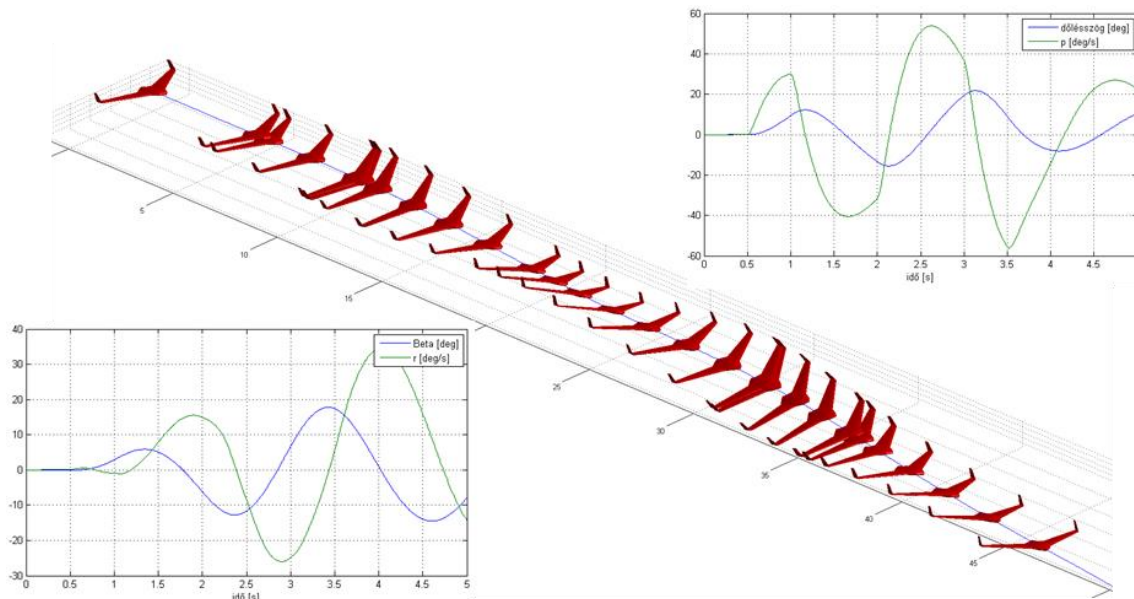
A 21. ábrán láthatók a motorok vezérlő jelei, melyek a bólintó mozgást indítják el és próbálják megállítani. Az ábrán látszik, hogy az előrehaladási sebesség növekedésével a kopter bólintó szögsebessége és bólintási szöge is egyre gyorsuló mértékben növekedésnek indul a kopter instabil hajlama miatt.



21. ábra Motorok vezérlő jelei és a rájuk adott válasz (bólintási szög, bólintó szögsebesség) az idő függvényében

A 22. ábrán az X8-as modellt láthatjuk, mely minimális sebességhez közeli sebességen végez billegtetést. A billegtetés hatására kapcsolt mozgásként jól megfigyelhető a szimulált repülőgép

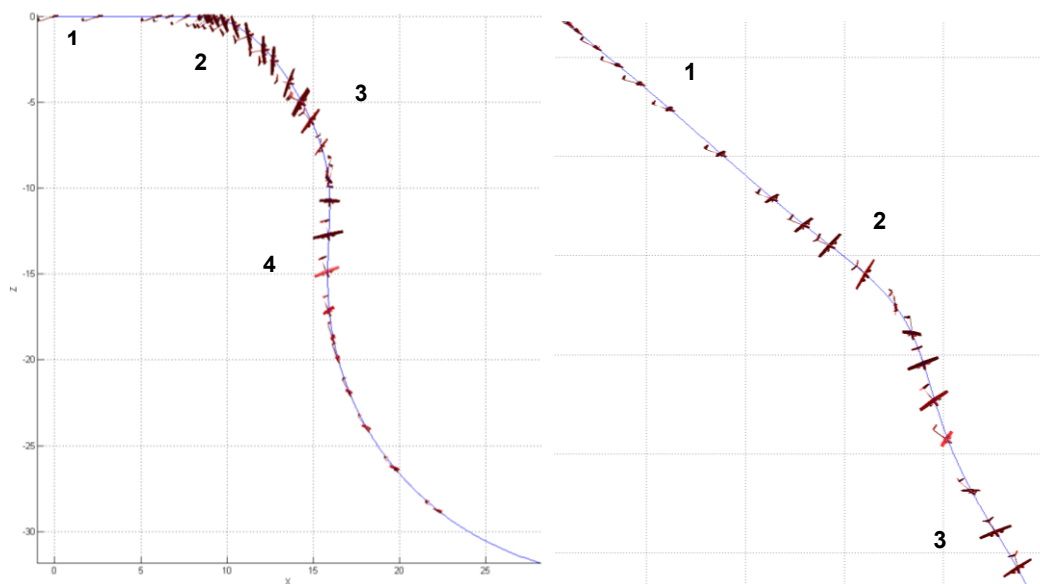
legyező mozgása, mely egyre erősödő jeleget mutat. Mind a csúszási szög, mind a legyező szögsebesség tekintetében.



22. ábra X8-as billegetése és a dőlésszög, orsózó szögsebesség (jobb felső diagram) valamint a csúszási szög és legyező szögsebesség ( bal alsó diagram) az idő függvényében

Az X8-as szimulációban mutatott viselkedése jól megfigyelhető a valós repülőgép mozgási jellemzőin is, különösen kis sebességű repülés során.

Az 23. bal oldali ábrán az Observer nevű repülőgép szimulált kissebességű repülésből (1 - slow flight) történő átesése (2 - power on stall) és leborulása (3 - departure) és a dugóhúzó kifejlődő szakasza látható, mely a magassági kormány kiengedésére azonnal megszűnik és a repülőgép magától visszaáll (4 - recovery) normál repülési helyzetbe.



23. ábra Observer lebillenése lassú repülésből (balra) és dugóhúzója kis sebességű siklásból (jobbra)

A 23. jobb oldali ábrán szintén az Observer látható, mely kis sebességű, átesési sebességen végrehajtott siklórepülés közben átesik, leborul és elindul a dugóhúzó kifejlődése.

## ÖSSZEFOGLALÁS

Az irányítástechnika modern elméleti és gyakorlati eszközeinek fejlődésével a hagyományos és az ember nélküli repülő eszközök repülésmechanikai modellezése is egyre fontosabb szerepet kap. E feladatot célul kitűzve, hoztunk létre egy a – merev vagy forgószárnyas – repülő eszközök mozgását leíró egyenletrendszer megoldó szimulációt, melyben az ébredő nyomaték és aerodinamikai erők meghatározására több-felület modellt, és a teljes állásszög tartományon számított légerő tényezőket vezetünk be. Fontossága miatt külön foglalkoztunk a légesavarok hatásainak vizsgálatával, beleértve az oldalirányú megfűvás és örvénygyűrű állapotokat is. Több ember nélküli repülőeszköz elektronikusan rögzített repülési adatainak kiértékelésével ellenőriztük a számításokat. A cikk végén bemutattuk a szimulált repülőeszközök egy-egy jellemző viselkedési formáját.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatta a KMR\_12-1-2012-0121 "Piacorientált kutatás-fejlesztési tevékenység" projekt keretében.

### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] ALLERTON, D.: Principles of Flight Simulation, ISBN: 978-0-470-75436-8, John Willey, 2009
- [2] ASHLEY, H. – BISPLIGHOFF, R.L.: Principles of Aeroelasticity, John Wiley & Sons, New York, 1962
- [3] BEARD R.W. – MCLAIN, T.W.: Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice, ISBN 9781400840601; Princetown University Press, 2012
- [4] BERNER, P.: Orientation, Rotation, Velocity and Acceleration, and the SRM, SEDRIS, 2008,
- [5] COOK, M.V.: Flight Dynamic Principles, ISBN 978-0-7506-6927-6, 2007, Elsevier
- [6] FUNG, Y.C.: An Introduction to Aeroelasticity, ISBN 0-486-67871-7, Dover Publications, Inc. New York, 1993
- [7] GÁTI, B. – GAUSZ T.: Merevszárnyú és többrotoros légi eszközök modellje precíziós repülési feladatok szimulációjához; ('Fixed wing and multirotor model for simulation of precision application'), Research report, 2013
- [8] GAUSZ, T.: Aeroelasztikus jelenségek és dinamikai terhelés, (online) url: <http://www.doksi.hu/get.php?lid=20964> (2015.10.20.)
- [9] GAUSZ, T.: Bevezetés a forgószárnyak aerodinamikájába, (online) url: <http://www.doksi.hu/get.php?lid=20743>, (2015.10.20.)
- [10] GAUSZ, T.: Légesavarok, (online) url: <http://www.doksi.hu/get.php?lid=15467> (2015.10.20.)
- [11] MORIARTY, P.J.: AeroDyn Theory Manual, www.nrel.gov, 2004-2005
- [12] QUEY, R.: Orientation Library, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, France, 2014
- [13] RÁCZ, E.: A repülés mechanikája, Tankönyvkiadó, Budapest, 1953.
- [14] XFLR5, url: [www.xflr5.com](http://www.xflr5.com)
- [15] JANKOVICS, I. – ROHÁCS, D. – ROHÁCS J.: Motion Simulation Model of a Special Acrobatic Aircraft Proceedings of the 12th MINI Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies (VSDIA 2010): Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 2010.11.8-10. 616 p. Konferencia helye, ideje: Budapest, Magyarország, 2010.11.08-2010.11.10. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2012. pp. 393-401. (ISBN:978-963-313-058-2)



---

**AEROMECHANICAL MODELING**

*With the development of modern control engineering, modelling of traditional and unmanned air vehicles has an increasingly important role. The equation of motion is written in the body coordinate system of a vehicle is based on conservation of momentum and angular momentum. Motion of airplanes and rotorcrafts is defined by aerodynamic, inertia, elastic forces and moments. For the determination of these forces, multi surface model was introduced and aerodynamic coefficients for wide range of angle of attack were calculated. Effects of propeller were deeply modelled because of its high importance. Several hours of flight tests were performed with UAVs to compare the reality with the developed model.*

**Keywords:** *flight mechanics, propeller, aerodynamic model, stall, UAV*

---



[http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2015\\_3/2015-3-21-0332\\_Jankovics\\_Istvan\\_et\\_al.pdf](http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2015_3/2015-3-21-0332_Jankovics_Istvan_et_al.pdf)