

NUMERIKUS MÓDSZEREK ALKALMAZÁSA SZÁRNYPROFILOK ÉS SZÁRNYAK AERODINAMIKAI JELLEMZŐINEK MEGHATÁROZÁSÁRA

Ezúton mondok köszönetet **Dr. Gausz Tamásnak**, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Közlekedésmérnöki Kar, Repülőgépek és Hajók Tanszéke munkatársának, a témaválasztáshoz, és a felmerülő problémák megoldásához nyújtott segítségével.

BEVEZETÉS

Eleinte a szárnyprofilok és szárnyak aerodinamikai jellemzőit szélcsatorna kísérletekkel, illetve kézi számítással is kivitelezhető módszerekkel igyekeztek meghatározni. Ezek közül egy, a jól ismert konform leképezések módszere.

A számítástechnika elterjedése és a számítógépek rohamos fejlődése lehetővé tette nagy mennyiségű számítás rövid idő alatt való elvégzését. Így indultak fejlődésnek a numerikus módszerek, köztük az áramlástan numerikus módszerei is. Ennek során alapvetően két típusuk alakult ki. Az áramlási tér diszkrétizálását alkalmazó véges differencia, véges elemes és véges térfogat módszer, valamint az áramlásba helyezett test felületének (geometriájának) diszkrétizálásán alapuló panel módszerek. Segítségükkel kevesebb szélcsatorna mérésre és tesztrepülésre lehet szükség adott fejlesztés során, bár azokat teljes mértékben sohasem pótolhatják.

Ebben a munkában elsőként, a konform leképezések szárnyprofilok jellemzőinek meghatározására való számítógépes alkalmazásáról lesz szó. Konkrétan a széles körben ismert Zsukovszkij, és a talán kevésbé ismert Van de Vooren transzformációról. A vizsgálatok végén megállapítható, hogy ezek a módszerek eléggé pontatlanok, elsősorban azért, mert alkalmazásuk során a tényleges szárnyprofil-geometria torzul, és így olyan mintha egy másik szárnyprofil jellemzői kerülnének meghatározásra. Ráadásul a komplex potenciálok nem alkalmasak háromdimenziós áramlások számítására. Ezek után érdemes gondolkodni, a pontosabb és háromdimenziós számításra alkalmas módszerek irányába való továbblépésről. Ez egy olyan pont, mely jelentősen befolyásolja a későbbi munkát és eredményét, ugyanis a fentebb már említett kétféle alaptípus közül kell választani. Ehhez érdemes felmérni a kétféle módszer (áramlási teret-, illetve geometriát diszkrétizáló) előnyeit és hátrányait.

Az áramlási teret diszkrétizáló módszerek előnye, hogy velük valós áramlások is számíthatók, melyekben a sűrűlódás és az örvényesség figyelembe vehető. Hátrányuk, hogy alkalmazásukhoz meg kell tudni határozni, hogy az áramlásba helyezett test körüli áramlási tér mekkora részét szükséges belevenni a számításba. Célszerűen a határokat a zavartalan áramlási térben, a megzavart tér körül kell(ene) felvenni, de a két teret egymástól nem lehet pontosan elhatárolni. További hátrány, hogy a pontos eredmények eléréséhez, az áramlásban a diszkrétizálás során rendkívül sok cella felvétele szükséges, mely nagy memóriaigényű lassú számítást eredményez.

Ezzel szemben, a test geometriáját diszkrétizáló módszerek esetében, kevés panel felvétele és emiatt viszonylag gyors számítás is elfogadható eredményre vezet. E módszerek további előnye, hogy velük lehetséges a végtelen áramlási tér leírása, így nem szükséges a zavart és zavartalan áramlási terek határainak ismerete. Hátrányuk, hogy használatukkal csak ideális áramlások számítására van lehetőség. Ez a hátrány csökkenthető határréteg modell számításba építésével, így már a valós esetekhez hasonló eredmények adódnak.

Mindkettővel instacionárius áramlások is számíthatók, ezért ez nem befolyásolja a választást a kétféle módszer között.

Végül, döntő lehet a módszerek számításiigényessége, ugyanis a Magyarországi viszonyok között általában nem lehetséges a szuperszámítógépekhez való hozzáférés. Személyi számítógépek viszont

egyre több embernek állnak rendelkezésére. Így a panel módszerek a hazai viszonyoknak jobban megfelelnek, mert személyi számítógépen futtatva összetett geometriákon is elfogadható idő alatt adnak eredményt. Ezért érdemes ezekkel a módszerekkel foglalkozni.

A döntés meghozatala után elsőként a panel módszerek és konform leképezések által, szárnyprofilok esetében szolgáltatott eredmények összehasonlítására került sor. Ennek során a panel módszerek minden esetben az elvárásoknak megfelelően, és rugalmasan alkalmazhatónak bizonyultak.

Következő lépésben egy, az irodalomban ismertett panel módszernek a szerző által kifejlesztett új módszerrel való összevetése történt meg. Ez szárnyprofilok és ezen belül kormányfelület kitérítéses esetek vizsgálatára épült.

A kétdimenziós számításokat követően, egy a háromdimenziós szárnyfelületek számítására alkalmas panel módszer használatára készült számítógépi program. A program elkészülte után következett annak tesztelése többféle szárnyfelület esetére is.

Ebben a cikkben az alkalmazott módszerekről szóló rövid bevezető után, az eddig elvégzett (fent említett) munkák összegzésére kerül sor.

1. A KONFORM LEKÉPEZÉSEK ÉS ALKALMAZÁSUK

Az ideális áramlásra vonatkozó kétdimenziós Laplace egyenletek:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \underline{c} &= \Delta \varphi = 0 \\ \operatorname{rot} \underline{c} &= \Delta \psi = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

- $\underline{c}$ az áramlási sebesség vektora
- φ a potenciálfüggvény
- ψ az áramfüggvény

Ezen Laplace egyenletek megoldása többféle módszerrel lehetséges:

- Lehet a megoldást zárt alakban keresni.
- Lehet az egyenleteket numerikusan megoldani.
- A megoldás kereshető elektromos vagy mágneses analógia felhasználásával.
- Lehetséges grafikus megoldás, amikor az áramlást mint hálót ragadjuk meg.

A zárt alakú megoldási módszerek közül, egyik a komplex potenciálok szuperpozíciója. Ezt csak egyszerűbb problémák esetén lehet könnyen alkalmazni. Ilyen például a henger körüli áramlás, melynek komplex potenciálja, egy párhuzamos síkáramlás és egy dipólus komplex potenciáljának összege. Ahhoz, hogy a hengeren felhajtóerő ébredjen, erre még egy Γ erősségű potenciálos örvényt kell szuperponálni. Így ebből, a henger körüli ideális áramlás jellemzői meghatározhatók.

Felmerül az ötlet, hogy ha egy szárnyprofil körüli áramlás valamilyen transzformáció (leképezés) segítségével visszavezethető henger körüli áramlásra, akkor a profil körüli áramlás jellemzői meghatározhatók.

„Tételezzünk fel két komplex számsík z , illetve ζ pontjai között egy analitikai függvénykapcsolatot: $\zeta = f(z)$. Ebben az esetben a függvény differenciáhányadosa $f'(z)$, szinguláris pontok - $f'(z)=0$ - kivételével véges érték. Ennek következménye, hogy a függvény által meghatározott leképezés kicsinyben szög és aránytartó, azaz *konform*.” ([1] 287. oldal)

Ez azt jelenti, hogy a φ potenciál- és ψ áramvonalak által alkotott ortogonális háló, a leképezés során ortogonális marad, és arányai változatlanok; kivéve a szinguláris pontokat, ahol a szögtartás megszűnik. Ennek következtében, konform leképezéssel egy áramlás komplex potenciálja és sebessége, egy másik áramlás komplex potenciáljává és sebességévé transzformálható.

Mindezekből következik, hogy megfelelő konform leképező függvény használatával, a henger körüli áramlásból egy profil körüli áramlás állítható elő. Mivel a henger körüli áramlás viszonyai jól ismertek, ezért igen sokféle leképező függvényt alakítottak ki ilyen célra. Itt ezek közül kettőről lesz szó részletesebben. Az első, a széles körben ismert Zsukovszkij féle leképező függvény, míg a

második, a talán kevésbé ismert Van de Vooren féle függvény. A konform leképezésekről bővebb információ található [1,2,4,6,10,11]-ben.

1.1 A Zsukovszkij transzformáció

A Zsukovszkij féle leképező függvény az alábbi alakú:

$$\zeta = z + \frac{a^2}{z} \quad (2)$$

- z az alapsík komplex koordinátája
- ζ a képsík komplex koordinátája
- a valós konstans

A függvény szinguláris pontjai differenciálással kaphatók meg:

$$\frac{d\zeta}{dz} = 1 - \frac{a^2}{z^2} = 0 \quad a^2 = z^2 \quad z = \pm a \quad (3)$$

Ezzel egy, a z komplex számsíkon elhelyezett körből a kör elhelyezésétől függően különböző alakzatok kaphatók.

Ha a kör átmegy a $(-a, 0)$, $(a, 0)$ szinguláris pontokon úgy, hogy sugara a és középpontja a komplex koordinátarendszer origójában helyezkedik el, akkor eredményként a ζ síkon egy $(-2a, 0)$, $(2a, 0)$ pontok közti egyenes adódik.

Ha a kör átmegy az $(a, 0)$ szinguláris ponton, középpontja a valós tengelyen fekszik, és tartalmazza a $(-a, 0)$ szinguláris pontot, akkor az eredmény a Zsukovszkij féle szimmetrikus dúcprofil, melynek kilépőéle a $(2a, 0)$ ponton fekszik és tartalmazza a $(-2a, 0)$ pontot.

Ha a kör középpontját a képzetes tengely mentén eltoljuk, de a kör még mindig átmegy az $(a, 0)$ szinguláris ponton és tartalmazza a $(-a, 0)$ pontot, akkor egy aszimmetrikus Zsukovszkij profil kapható, melynek kilépőéle a $(2a, 0)$ ponton fekszik és tartalmazza a $(-2a, 0)$ pontot.

1.2 A Van de Vooren transzformáció

Ennek leképező függvénye:

$$\zeta = \frac{(z - R)^k}{(z - R \cdot \varepsilon)^{k-1}} + L \quad (4)$$

- R a leképezendő kör sugara
- ε vastagsági paraméter (*nem* a maximális százalékos profilvastagság)
- $k = 2 - \frac{\tau}{\pi}$ (ahol τ a profil kilépőélszöge)
- L a profil húr hossz fele

A szinguláris pontok itt is differenciálással kaphatók meg:

$$\frac{d\zeta}{dz} = \frac{(z - R)^{k-1}}{(z - R \cdot \varepsilon)^k} \cdot [k \cdot (R - R \cdot \varepsilon) + z - R] = 0 \quad (5)$$

$$k \neq 0 \quad R \neq 0 \quad \varepsilon < 1 \quad \Rightarrow \quad (z - R)^{k-1} = 0 \quad z = R \quad (6)$$

Egyetlen szinguláris pont adódik, amely éppen a szárnyprofil kilépőélének felel meg. Látható, hogy a Zsukovszkij transzformációval összevetve, ez szorosabb kapcsolatban áll az előállítandó

szárnyprofilal, mert annak több paramétere is szerepel a leképező függvényben. Itt kell megjegyezni, hogy a Zsukovszkij féle leképezéssel csak 0 fokos kilépőélszög hozható létre, ezzel szemben itt a valós profilokon előforduló véges kilépőélszögek is kezelhetők. Hátránya a Van de Vooren féle leképezésnek, hogy ebben a formában csak szimmetrikus profilokat képes előállítani.

1.3 A transzformációk alkalmazása létező szárnyprofilok vizsgálatára

Az imént ismertetett transzformációs összefüggések segítségével körből egy szárnyprofilhoz hasonló alakzat állítható elő. Mivel a leképezés nem csak a geometriát, hanem az áramlási teret is transzformálja, a henger (kör) körüli áramlás sebességeloszlásából, meghatározható a leképezéssel kapott szárnyprofil körüli áramlás sebességeloszlása. A sebességeloszlásból pedig az ideális Bernoulli egyenlet felhasználásával, a nyomáseloszlás már számítható. Ebből pedig a profilra ható felhajtóerő megkapható.

Valójában, a feladat általában egy létező szárnyprofil körüli sebesség és nyomáseloszlás meghatározása. A Zsukovszkij és Van de Vooren transzformációval ez csak úgy oldható meg, hogy inverz transzformáció alkalmazásával, meg kell keresni a leképező függvények és a leképezendő kör azon optimális paramétereit, melyekkel az eredeti szárnyprofilhoz leginkább hasonló profil állítható elő.

Ez mindkét leképező függvény esetében iteratív eljárással oldható meg. Elsőként az inverz transzformációs függvények $z = g(\zeta)$ alakban való előállításra van szükség. Ezt követheti az iterációs folyamat felépítése:

- **1:** Az inverz transzformációs függvények paramétereit felvéve, a szárnyprofilból egy körhöz hasonló ponthalmaz előállítása.
- **2:** A körhöz hasonló ponthalmazra egy kör illesztése, a legkisebb négyzetek módszerével. Ebből adódnak ki a leképezendő kör paraméterei.
- **3:** A kört az eredeti leképező függvénnyel visszatranszformálva, a kiinduló profilhoz többé-kevésbé hasonló profil koordinátáinak meghatározása.
- **4:** A hasonlóság jellemzése az eredeti és leképezett profil koordinátái közti négyzetes eltérések összegével.

Az optimális paraméterek meghatározása ezek után úgy történhet, hogy a leképező függvény paramétereit adott (megfelelő) tartományon változtatva az 1 - 4 lépések ismétlésével meg kell keresni az eredeti profiltól való eltérés minimumát. Ebből adódnak a leképező függvények és a leképezendő kör optimális paraméterei.

A paraméterek meghatározása után, már a leképezett profil körüli sebesség és nyomáseloszlás, és ebből a profilra ható felhajtóerő meghatározható. A profilra ható ellenálláserő ideális áramlásról lévén szó, zérus értékű kell, hogy legyen. Ez a kitétel a számítás ellenőrzésére is alkalmas.

A számításokra és az eredmények ábrázolására a szerző által írt Turbo Pascal nyelvű programok segítségével került sor.

2. A PANEL MÓDSZEREK ÉS ALKALMAZÁSUK

A panel módszerek, a konform leképezéseknél már említett, – ideális áramlásra vonatkozó – Laplace egyenletek, zárt alakú megoldásait képező áramlástan szingularitásokra épülnek. Ezek, a potenciális örvény, a forrás / nyelő és a dipólus. Mindegyiknek lehetséges két- és háromdimenziós reprezentációja is.

A módszerek alapja, hogy az áramlásba helyezett test külső felületét részekre (panelekre) kell osztani, és ezeken adott típusú, ismeretlen erősségű szingularitásokat elhelyezni. Megfelelő peremfeltételek alkalmazásával, a geometria és a szingularitások elhelyezkedése alapján, egy inhomogén, lineáris algebrai egyenletrendszer állítható elő, melyben a szingularitás erőssége az ismeretlenek.

A peremfeltételek közül, kétféle terjedt el a szakirodalomban. Az egyik, Dirichlet feltétele, melynek értelmében a zárt geometria belsejében, a szingularitások által meghatározott eredő sebességi

potenciál értéke zérus. A másik, Neumann feltétele, mely szerint a geometria felületére merőleges irányú sebességi összetevők zérus értékűek (a szilárd falon az áramlás egyik irányban sem haladhat át).

A kapott egyenletrendszert a szingularitások erősségére megoldva, azok segítségével már a test körüli sebességeloszlás számítható. Ebből pedig a nyomáeloszlás és a testre ható erők meghatározhatók. Itt kell megjegyezni, hogy kétdimenziós módszerek esetében, az ellenálláserőnek itt is zérus értékűre kell adódnia. Ezzel szemben, háromdimenziós esetben az indukált ellenállás már számítható.

Tulajdonképpen a peremfeltételek biztosítják, hogy a meghatározott szingularitások a geometria körül, a valóshoz hasonló áramlási képet állítsanak elő.

A szingularitások elhelyezése egy adott felületi panelen többféleképpen történhet. Lehetséges konstans erősségű szingularitás megoszlás feltételezése, ezen túl lineáris, parabolikus stb. eloszlás is.

A többféle szingularitás, azok többféle eloszlása és a kétféle peremfeltétel segítségével, szinte végtelen sok panel módszer állítható elő. A szakirodalomban nyomon követhető ezek fejlődése és változása [4,5,10,11,13,14,15,16,17,7,8,9].

Továbbiakban a jelen munkában szárnyprofilokra és szárnyakra alkalmazott módszerek rövid ismertetése következik.

2.1 Kétdimenziós panel módszerek alkalmazása szárnyprofilok számítására

Szárnyprofilokra ható légerők számítására, kétféle panel módszer kerül bemutatásra. Egyik az irodalomban megtalálható [4] örvény-panel (továbbiakban röviden ÖP) módszer, másik a szerző által készített kombinált forrás/nyelő- és örvény-panel (továbbiakban röviden FÖP) módszer. Mindkét módszer a szárnyprofil kilépőélénél elhelyezkedő kormányfelület (flap) kitérítés eseteire is megvalósítható és alkalmazható.

A módszerek alkalmazására és tesztelésére, Turbo Pascal helyett már MATLAB-ban készültek a programok. Ennek egyik oka, hogy a Turbo Pascal nyelven készített programok, adott Windows verziók esetében nem, vagy nem megfelelően működnek. Másik, hogy a MATLAB sok előre elkészített függvényt tartalmaz, melyekkel a program fejlesztése során idő takarítható meg, és így többet lehet a szakmai résszel foglalkozni. Harmadik ok, hogy a MATLAB a műszaki gyakorlatban egyre inkább terjed, így adott esetben a programok bemutatása és alkalmazása nem ütközik akadályokba.

Az örvény-panel módszer

Ennek leírása az irodalomban részletesen megtalálható [4]. A szárnyprofil külső felületét panelekre osztva, ezeken kell elhelyezni potenciális örvényeket, lineárisan megoszló módon. A peremfeltétel Neumann feltétele, melyet a panelek középpontjaiban felvett ellenőrzőpontokban kell érvényesíteni. A szingularitások elhelyezése miatt, a számítás során szükség van a szingularitás eloszlás önmagára való hatásának számítására. Ez csak Cauchy féle főérték meghatározásával végezhető el, melyet lineárisan megoszló potenciális örvények esetére az irodalom [4] ismertet. Ilyen feltételekkel a számítás már elvégezhető.

A kombinált forrás/nyelő- és örvény-panel módszer

Ez a szerző saját fejlesztése. Célja a Cauchy féle főértékek használatának kiküszöbölése, mivel meghatározásuk bonyolult, és az irodalom nem minden esetre adja meg őket. A szakirodalom alapján a szárnyprofil íveltségéből és vastagságából adódó hatás szétválasztható. A profil íveltség hatása általában potenciális örvényekkel, vagy dipólusokkal modellezhető (a kettő egyenértékűsége kimutatható), a profil vastagság hatása pedig forrás/nyelő panelekkel.

Ebből kiindulva a szárnyprofil vázvonala elhelyezhetők lineárisan megoszló örvény-panelek, és konstans erősségű forrás/nyelő-panelek. Az alkalmazott peremfeltétel Neumann feltétele lehet, a profil külső felületi paneleinek felezőpontjaiban érvényesítve. Így a Cauchy féle főértékek alkalmazása elkerülhető, mert a szingularitás megoszlások egyetlen pontja sem esik egybe valamely

ellenőrzőponttal. A módszer hátránya, hogy a kiadódó lineáris egyenletrendszer mátrixa gyengébben kondicionált, mint az ÖP módszer esetében, pont a Cauchy féle főértékek kihagyása miatt.

2.2 Háromdimenziós panel módszerek alkalmazása repülőgép szárnyak számítására

A fent említett kétdimenziós módszerek kipróbálása, illetve kifejlesztése után, érdemes rátérni a háromdimenziós módszerek tanulmányozására. Cél lehet, olyan számítógépi program létrehozása, mellyel egy repülőgép szárnyra ható légerők számíthatók (távlati cél teljes repülőgép konfiguráció (szárny és vezérsíkok) számítása is lehet). A szerző az előzőekhez hasonlóan ezt a programot is MATLAB környezetben fejlesztette.

Akárcsak az örvény-panel módszer, az itt alkalmazott megoldás is a szakirodalomból [11]vehető. Ennek lényege, hogy a szárny vázvonala felületén örvény négyzetögeket helyez el, és a leúszó örvényfelületet is ezekkel modellezi. Az ellenőrző pontokat szintén a szárny vázvonala felületén veszi fel. Így ezzel a módszerrel csak a szárny íveltségének hatása vehető figyelembe. Ennek ellenére – mint majd a tesztelésnél látható lesz – a szélcsatorna mérésekhez közeli eredményeket szolgáltat.

3. A KONFORM LEKÉPEZÉSEK ÉS AZ ÖRVÉNY-PANEL MÓDSZER ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Elsőként a Zsukovszkij és Van de Vooren transzformációk alkalmazásával kapott eredmények, ÖP módszerből kapottakkal való összehasonlítására került sor.

Ennek során először a számításokból kapott felhajtóerő tényező – állásszög függvények szélcsatorna mérési eredményekkel [21] való összevetése következett.

Másodszor a NACA¹ 0009 szimmetrikus szárnyprofil körüli sebességtényező eloszlás vizsgálata, a három módszer esetében (ennek négyzetéről ugyanis mérésrel megállapított diagram található [21]-ben (328. oldal). A sebességtényező:

$$c_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{c}{c_\infty} \quad (7)$$

- c sebesség a szárnyprofil kerületének egy adott pontján
- c_∞ megfúvási sebesség

3.1 A felhajtóerő tényező – állásszög függvények összehasonlítása

A mérési adatokkal való összehasonlítás, szimmetrikus profilok esetében mindhárom módszerre elvégezhető, aszimmetrikus profilok esetén azonban csak a Zsukovszkij transzformációra és az ÖP módszerre. Az összevetést több profil esetére is elvégezve bebizonyosodik, hogy az ÖP módszer jóval stabilabb és mindig az ideális áramlásból várható eredményeket adja. Azaz mindig felülbecsüli a felhajtóerő tényezőt. Ezzel szemben a konform leképezések, van amikor felülbecsülik, van amikor egészen jól közelítő értékeket adnak. Ez azonban a módszerek bizonytalanságára utal, és mivel az eredmények értékelésénél a szisztematikus hiba kiszűrhető, a véletlen hiba viszont nem, az ÖP módszer a céloknak jobban megfelel.

¹ National Advisory Committee for Aeronautics, a NASA elődje

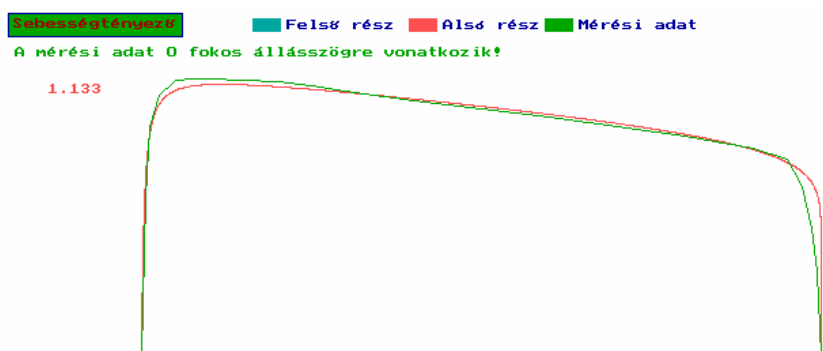
3.2 A sebességtényező eloszlások összehasonlítása

Ezt érdemes elvégezni a fentebb már említett NACA 0009-es szimmetrikus szárnyprofil esetére, a jellemzőket 0° -os állásszögön számítva, mert a mért eloszlás is 0° -os állásszögre vonatkozik. Természetesen ezen az állásszögön szimmetrikus profil esetében az alsó és felső felületek sebességtényező eloszlása fedésben kell, hogy legyen.



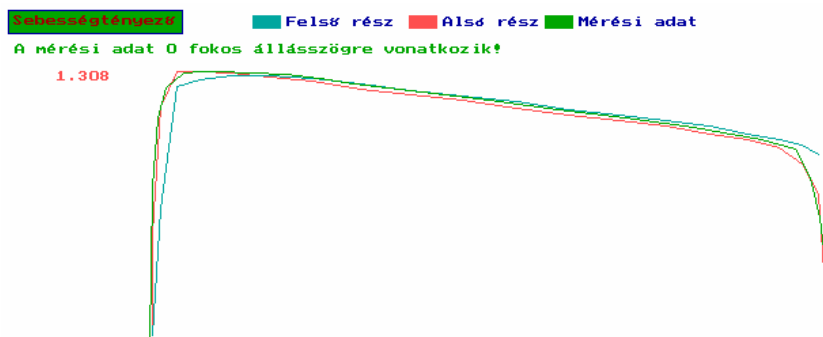
1. ábra. Profil körüli sebességtényező eloszlás, a Zsukovszkij féle leképezéssel számítva

Látható, hogy a kapott eredménygörbe szinte csak egyetlen pontban metszi a mérési adat (zöld) görbét, de jellegét tekintve azért hasonlít hozzá.



2. ábra. Profil körüli sebességtényező eloszlás, a Van de Vooren féle leképezéssel számítva

Látható, hogy az eredménygörbe jobban közelíti a mérési (zöld) görbét mint az előző esetben, egy elég hosszú szakaszon majdnem rajta fekszik. Az eltérés főként a be- és kilépőél környezetében adódik.



3. ábra. Profil körüli sebességtényező eloszlás, az ÖP módszerrel számítva

Látható, hogy itt a görbe a profil panelokra osztása miatt nem olyan sima, mint az előző két esetben, és a fedés sem valósul meg, az alsó és felső rész görbéi közt. Ennek ellenére jellegét tekintve ez követi legjobban a méréssel kapott (zöld) görbét (az alsó részen a fedés végig nagyon jó).

A sebességtényező maximális értékei is összehasonlíthatók (NACA 0009):

A Zsukovszkij transzformációból:	1.179	%-os eltérések:	-10%
A Van de Vooren transzformációból:	1.133		-13.51%
Az örvény-panel módszerből:	1.308		-0.15%
A mérési adat:	1.31		

A módszereket ennek alapján rangsorolva, megállapítható, hogy az örvény-panel módszer jó közelítést ad, míg a másik két módszer elég nagy hibát vét. Természetesen a teljes görbe közelítését nézve az eredmények ennél jobbak.

Aszimmetrikus profilokról nem áll rendelkezésre ilyen sebességtényező eloszlás, ezért azokra az összehasonlítás nem végezhető el.

3.3 Összegzés

A tesztelési eredmények összegzéseként elmondható, hogy a panel módszerek biztosabban és rugalmasabban alkalmazhatók szárnyprofilok aerodinamikai jellemzőinek meghatározására. Bár a konform leképezésekkel zárt alakban kapható meg a sebességeloszlás, a panel módszerekkel pedig csak egyes pontokban, mégis a konform leképezés a bizonytalanabb. Ennek fő oka, hogy a panel módszerekkel közel a profil pontos geometriája számítható, a konform leképezés során azonban a profil jelentősen torzul. Tulajdonképpen csak a profilhoz hasonló alakzat számítható, nem a konkrét profil. A konform leképezés háromdimenziós alkalmazhatóságának hiánya még inkább alátámasztja, hogy más módszerek irányába szükséges továbblépni.

4. AZ ÖP ÉS A FÖP MÓDSZER ÖSSZEHASONLÍTÁSA

A panel módszerek irányába való továbblépés eldöntése után, a kétféle (irodalomban fellelhető és a szerző által készített) módszer összehasonlítására került sor, kormányfelület kitérítés nélküli és kormányfelület kitérítéses esetekre. Az összehasonlítás célja a módszerek alkalmazhatósági körének meghatározása volt.

4.1 Kormányfelület kitérítés nélküli esetek összehasonlítása

Ez számtalan olyan szárnyprofil esetében megtörtént, melyekről szélcsatorna mérési adatok állnak rendelkezésre [21]. Elsőként a mérési adatokból kapott felhajtóerő tényező – állásszög függvény lineáris szakaszának egyenessel való közelítése volt a feladat, hogy rendelkezésre álljon annak egyenlete..

A tesztelés során a számított görbék mért görbékkel való átlagos négyzetes eltérése (8), a 0°-os állásszögnél levő felhajtóerő tényezők különbsége (9), a görbék meredekségének különbsége (10) és a megoldandó egyenletrendszer mátrixának kondíciószáma került összehasonlításra.

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n (C_{L_i} - C_{L_{mért}})^2}{n} \quad (8)$$

$$\Delta c = C_L(\alpha = 0) - C_{L_{mért}}(\alpha = 0) \quad (9)$$

$$\Delta m = m - m_{mért} \quad (10)$$

- C_L számított felhajtóerő tényező
- $C_{L_{mért}}$ mért felhajtóerő tényező
- n a számításba vett pontok száma
- α állásszög
- m számított felhajtóerő tényező – állásszög görbe meredeksége
- $m_{mért}$ mért felhajtóerő tényező – állásszög görbe meredeksége

A kapott eredményeket az 1. táblázat foglalja össze. A profilok egytől-egyig NACA négyjegyű szárnyprofilok, röviden Nxxxx jelöléssel ellátva. A Profil program használja az ÖP módszert, a Profil2 program pedig a FÖP módszert.

Az összehasonlítás paraméterei

1. táblázat

PROFIL program						
Profil	E	Δc	$m_{mért}$	$m_{számított}$	Δm	kond.
N0006	0,0043	0,00	0,1	0,1147	0,0147	0,00051
N0009	0,0028	0,00	0,108	0,1173	0,0093	0,00090
N1408	0,002	0,0282	0,1075	0,1167	0,0092	0,00076
N1410	0,017	0,0801	0,1045	0,1181	0,0136	0,001
N1412	0,0075	0,00	0,106	0,1201	0,0141	0,0013
N2412	0,0147	0,0402	0,1015	0,1203	0,0188	0,0013
N2415	0,0167	0,0927	0,1039	0,1233	0,0194	0,0018
N2418	0,0178	0,143	0,1125	0,1262	0,0137	0,0023
N2421	0,0268	0,1243	0,1	0,1289	0,0289	0,0027
N4412	0,0161	0,1328	0,1044	0,1204	0,016	0,0013
N4415	0,0187	0,1314	0,1019	0,1233	0,0214	0,0018
N4418	0,0239	0,1525	0,1031	0,1262	0,0231	0,0022
N4421	0,0628	0,2272	0,0975	0,1288	0,0313	0,0027
N4424	0,0857	0,2505	0,0925	0,1317	0,0392	0,0031

PROFIL2 program						
Profil	E	Δc	$m_{mért}$	$m_{számított}$	Δm	kond.
N0006	0,0062	0,00	0,1	0,1175	0,0175	0,06140
N0009	0,0061	0,00	0,108	0,1218	0,0138	0,02140
N1408	0,0035	0,0289	0,1075	0,1211	0,0136	0,03310
N1410	0,0242	0,0808	0,1045	0,1224	0,0179	0,0169
N1412	0,0099	-0,0014	0,106	0,1223	0,0163	0,0075
N2412	0,0189	0,0417	0,1015	0,123	0,0215	0,0084
N2415	0,0115	0,0942	0,1039	0,1151	0,0112	0,0016
N2418	0,0388	0,1451	0,1125	0,0977	-0,0148	0,00035
N2421	0,0178	0,1259	0,1	0,117	0,017	0,00045
N4412	0,0293	0,1418	0,1044	0,1375	0,0331	0,0076
N4415	0,0135	0,1281	0,1019	0,1219	0,02	0,0019
N4418	0,0123	0,0818	0,1031	0,0957	-0,0074	0,000540
N4421	0,044	0,1639	0,0975	0,118	0,0205	0,000018
N4424	0,1263	0,2513	0,0925	0,1335	0,041	0,000066

Az átlagos négyzetes eltérések változása (E)

Látható, hogy mind az ÖP módszer (*Profil*) mind pedig a FÖP módszer (*Profil2*) esetében a profil vastagság növelésével (profil szám utolsó két jegye) az átlagos négyzetes eltérések növekednek. A vastagság hatása szempontjából tehát nincs jelentős különbség a két módszer között.

A profil íveltség (profil szám első jegye) függvényében nem teljesen egyértelmű a változás. Míg az ÖP módszer esetében az eltérések változásának egyértelmű jellege van, addig a FÖP módszer esetében igen rendszertelenül változnak.

Tulajdonképpen a FÖP módszer esetében indokolt lenne, hogy az íveltség ne befolyásolja jelentősen az eredményeket, mert a szingularitások itt a vázvonalon helyezkednek el, és a vázvonalt mindig követi az íveltség változása. Az ÖP módszer esetében a profil kerületén elhelyezett szingularitás eloszlásra a profilalak torzulása nyilván nagyobb hatást gyakorol.

Az eltérések tartománya az ÖP módszer esetében 0-tól 0.085-ig terjed, míg a FÖP módszer esetében 0-tól 0.13-ig. Átlagos *négyzetes* eltérésekről lévén szó, ezen értékekből gyököt vonva kaphatók a tényleges átlagos eltérést jellemző értékek. Így 0-tól 0.29-ig, illetve 0-tól 0.36-ig terjednek a tényleges eltérések. Ez alapján megállapítható, hogy a két módszerrel kapott eredmények közt ilyen szempontból nincsen jelentős különbség.

A felhajtóerő tényezők különbsége 0°-os állásszögnél (Δc)

A táblázat alapján elmondható, hogy a profil vastagság növelésével mindkét módszer esetében növekednek az eltérések. Ilyen szempontból tehát nem különböznek a módszerek. Ráadásul az eltérések tartományának számszerű nagysága (0 – 0.25) is azonos mindkét esetben. Az eltérések egy – egy kivétellel minden esetben pozitívak, ami azt jelenti, hogy a számított görbék a mért görbék felett helyezkednek el. Ez az eredmények elvárásoknak megfelelő alakulását jelenti, ugyanis ideális esetben a valós esethöz magasabb értékeket kell kapni a felhajtóerő tényezőre.

A profil íveltség növekedésének hatása ugyanaz, mint az átlagos négyzetes eltérések esetében.

A görbék meredekségének eltérése a mért értékektől (Δm)

A görbék meredekségének mért értékektől való eltérése alapján megállapítható, hogy az ÖP módszer esetében ez az eltérés mindig pozitív, ami azt jelenti, hogy minden esetben a mértnél meredekebb görbék adódtak. A FÖP módszer esetében érdekes módon 18%-os profilvastagságnál fellép negatív meredekség eltérés, aminek okát nem sikerült kideríteni. Vélhetően valamilyen numerikus hiba lép fel ebben az esetben. Egyébként itt is mindenütt pozitív érték adódott, és látható, hogy a 18%-os vastagságnál az ÖP módszer esetében is csökkenés lép fel az értékekben. Egyébként a negatív értékeket leszámítva az eltérések számszerű tartománya megegyezik a két esetben (0.01-0.04).

A profilvastagság növelésének hatására, a negatív értékek kivételével mindkét esetben növekednek az eltérések.

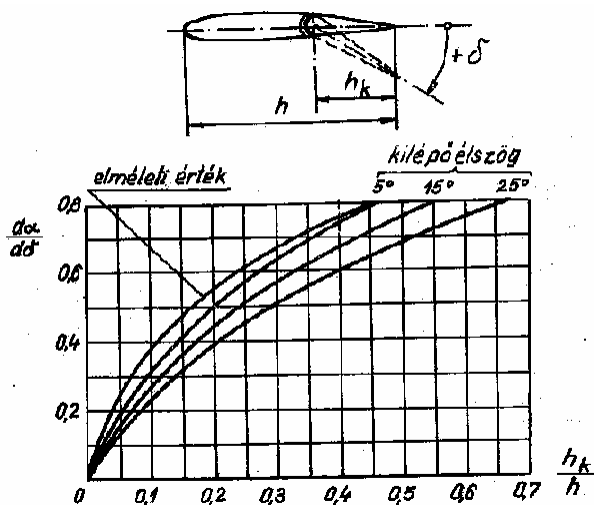
A profil íveltség növelésével itt mindkét esetben egyértelmű növekedés tapasztalható.

A kondíciós szám alakulása

Mindkét módszer esetében a kondíciós szám csak a profil vastagságától függ, a profil íveltsége nem befolyásolja jelentősen. Az ÖP módszer esetén a profil vastagság növelésével a kondíciós szám növekszik, ami az egyenletrendszer egyre jobb megoldhatóságára utal. Ezzel szemben a FÖP módszer esetében a vastagság növelésével a kondíciós szám csökken.

4.2 Kormányfelület kitérítéses esetek összehasonlítása

Ezek az esetek egy az irodalomban található görbesereg segítségével vizsgálhatók (lásd 4. ábra).



4. ábra. A felhasznált görbesereg [3] 161. oldal

A görbék tulajdonképpen azt adják meg, hogy a profil húrhosszhoz viszonyított adott nagyságú flap (h_k/h viszony) kitérítése, mekkora látszólagos állásszög növekedést jelent. Magyarán, hogy a flap kitéréssel elért felhajtóerő, a flap kitérés nélküli profilon mekkora állásszögnél lép fel. A görbe tulajdonképpen a $d\alpha / d\delta$ viszonyt adja meg, ahol δ a flap kitérítési szöge.

A tesztelés során mindkét módszerrel (ÖP és FÖP) ehhez hasonló görbéket lehetett létrehozni, többféle szárnyprofil esetére.

Végül megállapítható volt, hogy a FÖP módszer minden esetben jellegét tekintve jól közelíti a megadott elméleti görbét, bár néha jelentősen felülbecsüli azt. Az ÖP módszer szinte minden esetben bizonytalanságot mutatott és jellegét tekintve se követte jól a görbéket (elméleti / kísérleti).

4.3 Az eredmények összegzése

Az összehasonlítás eredményeként elmondható, hogy kormányfelület kitérés nélküli esetekben a FÖP módszer *inkább vékony profilok*, míg az ÖP módszer *inkább vastag profilok* számítására alkalmazható. Ennek oka lehet, hogy a FÖP módszer esetében a szingularitások a vázvonalon helyezkednek el, és így a profil vastagság növelésével az ellenőrzőpontok távolodnak a szingularitásoktól. Mivel a szingularitásoktól távolodva hatásuk csökken, így ez lehet az oka annak, hogy vastag profilokra ez a módszer kevésbé alkalmazható.

Kormányfelület kitérés esetén megállapítható, hogy a FÖP módszer *jobb eredményeket ad*. Ennek oka az lehet, hogy a flap kitérés során a vázvonala transzformációja is megvalósul, így az azon elhelyezkedő szingularitások mindig a flap kitérítési szögének megfelelően helyezkednek el. Ezzel szemben a profil körvonala mindig többé – kevésbé torzul a transzformáció során, így az ott elhelyezkedő szingularitások konfigurációja megváltozik. Az ÖP módszer által szolgáltatott gyengébb eredmények valószínűleg ezzel indokolhatók.

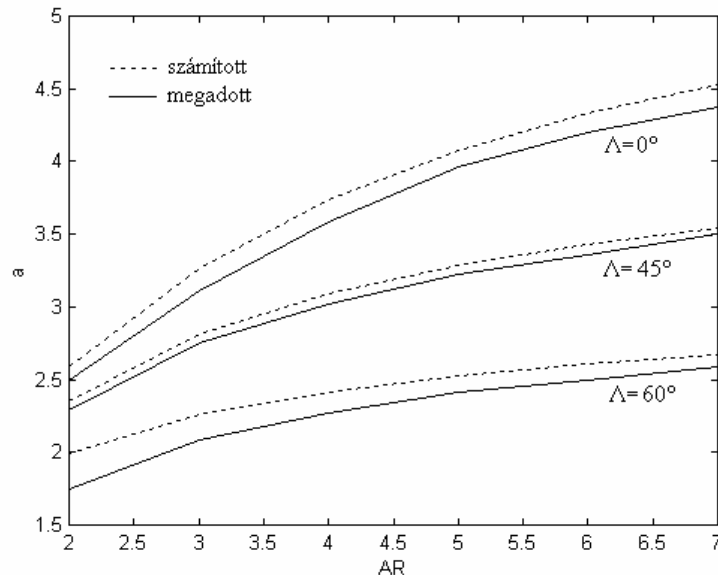
5. A HÁROMDIMENZIÓS MÓDSZER TESZTELÉSE

A tesztelés az irodalomban fellelhető ábrák és adatok alapján végezhető el. Elsőként [11] alapján vizsgálható a szárnynyílazás és szárnykarcsúság hatása a felhajtóerő tényező – állásszög függvény meredekségére. Majd a szárnynyílazás és a trapézviszony hatása a feszítávolság menti terheléeloszlásra (szintén [11] alapján). Végül egy NACA riportban [23] szereplő többféle szárny esetében összehasonlíthatók a számítási eredmények az ottani számítási és mérési eredményekkel.

5.1 A szárnynyilazás és –karcsúság hatása a felhajtóerő tényező görbe meredekségére

Erről [11]-ben található egy görbesereg (398. oldal, 12.16 ábra). A számításokat elvégezve a kapott eredmények együtt ábrázolhatók az ottani görbékkel. Az eredmény az 5. ábrán látható.

Megfigyelhető, hogy a számításból kapott eredmények jellegüket tekintve jól követik, a valószínűleg mérésből származó görbéket. Ugyanakkor minden esetben felülbecsülik azokat, ami ideális áramlással számolva a várt eredménynek felel meg.

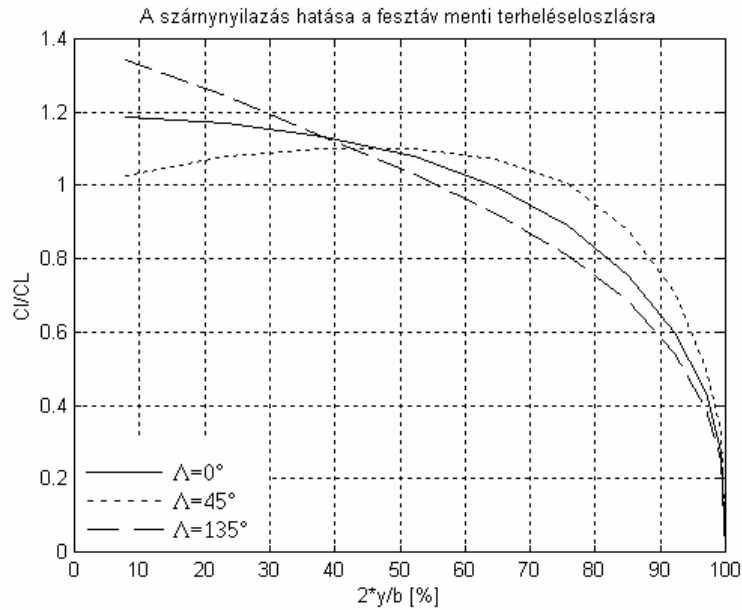


5. ábra. A szárnynyilazás és –karcsúság hatása a felhajtóerő tényező görbe meredekségére

- a a felhajtóerő tényező – állásszög függvény meredeksége
- Λ a szárny nyilazási szöge
- AR a szárny karcsúsága

5.2 A szárnynyilazás hatása a fesztáv menti terheléseloszlásra

Erről is [11]-ben található egy görbesereg (398. oldal, 12.17 ábra). Az elvégzett számítások során szinte pontosan ugyanazok a görbék adódtak, ezért a következő oldali 6. ábrán csak a számított görbék szerepelnek. Ez mutatja, hogy az elkészített program erre ez esetre megfelelően működik.

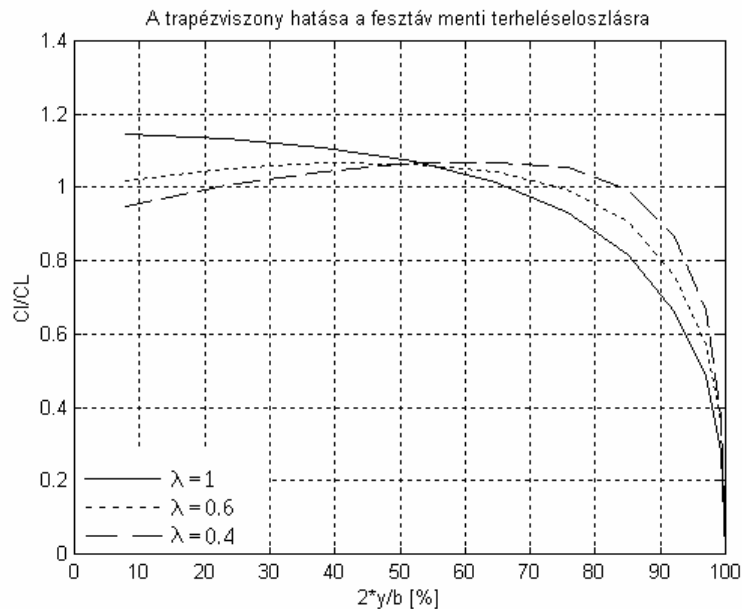


6. ábra. A szárnynyílazás hatása a fesztáv menti terheléeloszlásra

- C_l a szárny egy darabjának felhajtóerő tényezője (dF/dS)
- C_L a teljes szárny felhajtóerő tényezője

5.3 A trapézviszony hatása a fesztáv menti terheléeloszlásra

Erről is [11]-ben található ábra (400. oldal, 12.19 ábra). A számításokkal ebben az esetben úgyszintén igen jó egyezés tapasztalható, ezért itt is csak a számított görbék szerepelnek a 7. ábrán:



7. ábra. A trapézviszony hatása a fesztáv menti terheléeloszlásra

5.4 Összehasonlítás szélcsatorna mérési eredményekkel

[23]-ban több különböző nyílazási szögű, elcsavarású, trapézviszonyú, és különböző profilokból álló szárnyra találhatók számítási és szélcsatorna mérési eredmények. Ezek a felhajtóerő tényező – állásszög függvény meredekségét (a), és a nullfelhajtóerő irányt (α_0) adják meg, így a teszteléshez is

ezek számítandók; a szárnyakat 8 x 8, illetve 12 x 12 panelra osztva. Minden számítás esetében a számítási idő is mérhető. Az irodalomban megadott adatok (exp-mérés, calc-számítás) és a számítási idők a 2. táblázatban tanulmányozhatók. Látható, hogy a számítások elfogadható idő alatt lefutnak.

Irodalmi adatok és a számítási idők

2. táblázat

Sz.	NACA jelölés	a (exp)	a (calc)	α_0 (exp)	α_0 (calc)	8 x 8	12 x 12
1	00 - 0 - 0	0,075	0,074	0	0	2p 21s	8p 48s
2	24 - 0 - 0	0,074	0,074	-1,7	-1,7	2p	9p 8s
3	24 - 15 - 0	0,075	0,074	-1,9	-1,7	2p 21s	8p 5s
4	24 - 30 - 0	0,072	0,074	-1,9	-1,7	1p 57s	9p 8s
5	24 - 30 - 8,5	0,076	0,074	0,7	0	1p 57s	8p 53s
6	00 - 15 - 3,45	0,076	0,074	1	1,1	2p 27s	9p 26s
7	00 - 15 - 3,45	0,076	0,075	0,7	0	2p 25s	8p 57s
8	0018 - 09	0,074	0,074	0	0	2p 22s	8p 45s
Átlag:						2p 14s	8p 54s

A számított eredmények mért értékektől való %-os eltérése mindkét féle felosztásra (8 x 8 vagy 12 x 12 panel) a 3. táblázatban látható:

Mért adatok összevetése a számítással

3. táblázat

Sz.	NACA jelölés	a (8 x 8)	(%)	a (12 x 12)	(%)	α_0 (8 x 8)	(%)	α_0 (12 x 12)	(%)
1	00 - 0 - 0	0,0804	7,2	0,079	3,33	0	0	0	0
2	24 - 0 - 0	0,0804	8,65	0,079	6,76	-1,81	-6,47	-1,861	-9,47
3	24 - 15 - 0	0,0795	6	0,0781	4,13	-1,8385	3,23	-1,8904	0,5
4	24 - 30 - 0	0,0746	3,61	0,0734	1,94	-1,8493	2,67	-1,9022	-0,116
5	24 - 30 - 8,5	0,0747	-1,71	0,0734	-3,42	0,982	40,29	0,9185	31,21
6	00 - 15 - 3,45	0,0794	4,47	0,078	2,63	1,0583	5,83	1,0578	5,78
7	00 - 15 - 3,45	0,0797	4,87	0,0784	3,16	0,6826	-2,49	0,6865	-1,93
8	0018 - 09	0,0804	8,65	0,079	6,76	0	0	0	0

Látható, hogy az esetek többségében kielégítő pontosságú eredmények adódtak. Konkrétabban a 32 kiszámolt tényező közül 19 eltérése kisebb 5%-nál (ez az összes tényező 59.375%-a) és 30 eltérése kisebb 10%-nál (ez az összmenyiség 93.75%-a). Említést érdemel még, hogy a panelszám növelése általában növelte a pontosságot, mindössze két esetben csökkentette.

Összességében elmondható, hogy a megvalósított módszer a megfelelő pontossággal működik és így érdemes a továbbfejlesztésével foglalkozni.

Jelen cikkben szárnyprofilok és szárnyak, aerodinamikai jellemzőinek meghatározására alkalmas numerikus módszerekről esett szó.

Ennek során elsőként, a konform leképezések szárnyprofilok számítására való számítógépes alkalmazása került tárgyalásra.

Ezután továbblépés történt a panel módszerek irányába. Első lépésként az örvény-panel módszer került összehasonlításra a konform leképezésekkel, és megállapítható volt, hogy a panel módszer rugalmasabban és megbízhatóbban alkalmazható. (Mindkét módszer alkalmazására Turbo Pascal nyelven készültek programok).

Ezt követően az irodalomban talált örvény-panel módszer továbbfejlesztésére került sor kombinált forrás/nyelő- és örvény-panel módszerre. Mindkét módszerre elkészültek szárnyprofilok esetére, a kormányfelület kitérítés számítását is lehetővé tevő programok. E MATLAB környezetben készült programok segítségével a két módszer összehasonlítható. Az összehasonlítás végén megállapítható volt, hogy kormányfelület kitérítés esetén, és vékony profilok számítására a szerző által készített FÖP módszer alkalmasabb, míg vastag profilok számítására az ÖP módszer alkalmazható jobb eredménnyel.

Végül újabb továbblépés történt a háromdimenziós módszerek irányába, és repülőgép szárnyak számítására elkészült egy program az irodalom [11] felhasználásával, szintén MATLAB környezetben. A program tesztelése során megállapítható, hogy az megfelelő eredményeket szolgáltat, és így érdemes a továbbfejlesztésével foglalkozni.

Továbblépési lehetőségek

Továbbiakban érdemes a szárnyak számítására létrehozott programot fejleszteni a következő lépések szerint:

- Konvergencia vizsgálat, a húrhossz, illetve fesztáv menti panelszámok növelésével. Javaslat kidolgozása az alkalmazandó „optimális” panelszámmra.
- Csúszva és forogva repülő szárnyak vizsgálata, a nyomatéki tényezők alaposabb elemzésével.
- Kormányfelület kitérítés hatásának vizsgálata.
- Több szárny és vezérsík együttes számítása.
- A leúszó örvényfelület pontosabb modellezése.
- A szárny vastagságának figyelembe vétele a számításban.
- Határréteg modell beépítése.
- A repülőgép törzsének modellezése és számításba vétele.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] GRUBER József, BLAHÓ Miklós: Folyadékok mechanikája. Tankönyvkiadó, Budapest, 1971.
- [2] KONECSNY Ferenc, PÁSZTOR Endre, STEIGER István: Műszaki hő- és áramlástan II. kötet. Műegyetemi kiadó, Budapest, 2001.
- [3] RÁCZ Elemér: Repülőgépek. Műegyetemi kiadó, Budapest, 2001
- [4] GAUSZ Tamás: Szárnyprofil szárny és légszavar vizsgálata. BME Repülőgépek és Hajók Tanszék, Budapest, 1995.
- [5] GAUSZ Tamás: Örvények és örvénygyűrűk. BME Repülőgépek és Hajók Tanszék, Budapest, 2000
- [6] BAUER Péter: Szárnyprofil jellemzőinek meghatározására szolgáló módszerek összehasonlítása. Budapest, 2002.
- [7] BAUER Péter: Két-dimenziós panel módszerek alkalmazása szárnyprofilok aerodinamikai számításaiban. Budapest, 2003.
- [8] BAUER Péter: Térbeli repülőgép konfigurációk számítására alkalmas számítógépi program kifejlesztése. Budapest, 2003.
- [9] BAUER Péter: Térbeli repülőgép konfigurációk számítására alkalmas számítógépi program kifejlesztése II. Budapest, 2004.
- [10] Applied Aerodynamics: A Digital Textbook 1987
- [11] Joseph KATZ, Allen PLOTKIN: Low-speed aerodynamics. McGraw-Hill Book Company, Singapore, 1991.
- [12] Robinson A., Laurmann J. A.: Wing Theory Cambridge University Press, 1956.
- [13] Luke Jay GARNER: Panel Method (Internet dokumentum)
- [14] Carl Ollivier-GOOCH: Numerical Methods for Estimating Airfoil Performance, Overview of Vortex Panel Methods. (Internet dokumentum) 2001.
- [15] H. J. WIRZ, J. J. SMOLDEREN: Numerical Methods in Fluid Dynamics. von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode-Saint-Genése, Belgium, 1978
- [16] Tomas MELIN: Master Thesis A Vortex Lattice MATLAB Implementation for Linear Aerodynamic Wing Applications. Royal Institute of Technology (KTH), Department of Aeronautics, December 2000
- [17] Michael J. TONKS: The Vortex Lattice Method. Virginia Polytechnic Institute and State University. Decmeber 6, 2002
- [18] Applied Numerical Methods Pdf dokumentum
- [19] Heinz SCHADE, Ewald KUNZ, Walter DE GRUYTER: Strömungslehre Berlin, New York, 1980.
- [20] SCHLICHTING H., TRUCKENBRODT E.: Aerodynamik des Flugzeuges Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heilderberg, 1960.
- [21] Ira H. ABBOTT, Albert E. VON DOENHOFF, Luis S. STIVERS: NACA Report No. 824
- [22] Max M. MUNK: Preliminary Wing Model Tests in the Variable Density Wind-Tunnel of the National Advisory Committe for Aeronautics, NACA Report No. 217
- [23] Raymond E. ANDERSON: The Experimental and Calculated Characteristics of 22 Tapered Wings, NACA Report No. 627
- [24] Montgomery KNIGHT, Millard J. BAMBER: Wind-Tunnel Tests on a Model of a Monoplane Wing with Floating Ailerons, NACA Technical Note 316
- [25] MATLAB 5.3 (R11) Help Desk
- [26] MATLAB 5.3 (R11) Online Manuals in Pdf
- [27] BENKŐ Tiborné, BENKŐ László, TÓTH Bertalan, VARGA Balázs: Programozunk Turbo Pascal nyelven. ComputerBooks,Budapest, 1996.
- [28] BENKŐ Tiborné, BENKŐ László, TÓTH Bertalan: Programozunk C nyelven. ComputerBooks, Budapest, 1999.
- [29] SZIDAROVSKY Ferenc: Bevezetés a numerikus módszerekbe. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1974.
- [30] Repülőgép enciklopédia Aerospace Publishing Ltd. 1992, (GEMINI BUDAPEST Kiadó Kft)