Szabolcsi Róbert—Szegedi Péter

PILÓTANÉLKÜLI REPÜLŐGÉP REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ RENDSZERÉNEK ELŐZETES MÉRETEZÉSE

Bevezetés

A cikkben a Szojka—III pilótanélküli repülőgép — [18] szakirodalomban rendelkezésre álló — matematikai modelljei alapján meghatározott oldal— és a hosszirányú mozgásának állapot— és kimeneti egyenletein elvégzett szabályozástechnikai vizsgálatok eredményei kerülnek bemutatásra. A vizsgálatokat MATLAB® környezetben futtatott, előre megírt program segítségével végezték el a szerzők. A cikk elkészítésekor a szerzők célja a következő volt: bemutatni, hogy a teljes állapot—visszacsatolás elve alkalmazható a repülőgép robotpilótájának megtervezésére, és az LQR módszer alkalmazása megfelelő eredményeket ad a minőségi követelmények biztosítása területén is.

1. Időtartománybeli szabályozótervezési módszerek

1940 végén Norbert Wiener vezette be a szabályozási rendszerek tervezésében a minőségi kritérium (integrálkritérium) fogalmát. Ez lehetővé tette, hogy a tervezőmérnökök valamelyik tervezési kritériumból kiindulva analitikusan hajthassák végre a tervezést [2]. A tranziens szabályozási folyamatokra vonatkozó minőségi követelmények ellentmondásosak, a gyakorlatban a legkedvezőbb szabályozást az ellentmondó követelmények kompromisszumos teljesítése jellemzi. A sokoldalú követelmények miatt az optimális szabályozási folyamat minden gyakorlati esetre alkalmazható általános érvényű kritériuma nem fogalmazható meg, valamint az irányító jel nem lehet tetszőleges. Ezért a rendszer állapotegyenleteit olyan korlátozó feltételekkel kell kiegészíteni, amelyek definiálják az állapotváltozók és a bemenő jelek értelmezési tartományát. A korlátozás általában megnehezíti a feladat analitikus megoldását, ezért amennyiben az analitikus tárgyalás lehetősége adott, olyan célfüggvényt választunk, amely külön korlátozás nélkül is garantálja, hogy az optimális megoldás a működési tartományon belül marad. A szabályozástechnikai irodalom ajánl olyan kritériumokat, amelyek a követelmények kompromisszumát figyelembe véve a gyakorlatban is eredményesen alkalmazhatók. Ezek a szabályozási kör optimális működésének integrálkritériumai. Közös jellemzőjük, hogy optimálisnak azt a dinamikus szabályozási folyamatot jelölik meg, amelyre nézve egy bizonyos, általunk célszerűen választott integrál funkcionál (célfüggvény, működési index) szélső értéket ér el [1, 2, 3, 4, 6, 8, 9].
Az integrálkritérium általános alakja (1.1):

$$I = \int_0^\infty F\left[x(t), t\right] dt \qquad (1.1)$$

ahol F — a t idő és egy alkalmasan megválasztott $x(t)$ rendelkező jel függvénye. A szabályozó tervezése esetén az integrálandó $x(t)$ függvényt úgy kell megválasztani, hogy:

— megfelelően jellemezze a szabályozási folyamat minőségét (vegye számításba a túllendülést és a szabályozási időt);
— legyen egyszerűen alkalmazható;
— legyen egyszerűen kifejezhető a rendszerparaméterekkel való kapcsolata.

2. Az LQR szabályozó tervezési módszer

A korszerű többváltozós, teljes állapot visszacsatolású optimális szabályozási rendszerek tervezési módszereinek egyike az LQR (**L**inear **Q**uadratic **R**egulator) módszer. A tervezési algoritmus feltételezi, hogy a dinamikus rendszer minden állapotváltozója érzékelőkkel érzékelhető és mérhető, a rendszert ismeretlen zajforrás nem gerjeszti. A tervezés egy négyzetes integrálkritérium minimálásán alapul, melynek eredménye egy optimális szabályozás visszacsatolt állapotváltozókkal. Az optimális lineáris szabályozó tervezésének előnyei, többváltozós, lineáris időben állandó vagy változó rendszerek tervezésére is használható és stabilis működést biztosít.
A szabályozás úgy történik, hogy a szabályzó berendezés megadott törvényszerűség alapján változtatja a beavatkozó jellemzőt (vagy jellemzőket), miközben érzékeli a szabályozott jellemzőt. Attól függően, hogy a beavatkozás kedvező vagy kedvezőtlen irányban változtatja a szabályozott jellemzőt a soron következő beavatkozás értelme ugyanolyan, vagy ellenkező lesz. Így az egymást követő beavatkozó lépések során a szabályozott jellemző egyre jobban megközelíti a kívánt értékét [2, 10, 11].
A dinamikus folyamatok leírására széleskörűen alkalmazzák az állapotegyenleteket. Az optimális szabályozás megtervezéséhez szükség van $\mathbf{u}(t)$ vezérlőjelre (jelekre), amely minimálja a költségfüggvényt egy meghatározott $x(t_0)=x_0$ kiindulási állapot esetén azzal a korlátozással, hogy a folyamatot a (2.1) összefüggés írja le.

$$\dot{x}(t)=f\left[x(t),u(t),t\right] \tag{2.1}$$

A költségfüggvény az állapotvektor és az irányító vektor skalár függvényének integrálja (2.2).

$$J=\int_{t_0}^{t_{vég}} F\left[x(t),u(t),t\right]dt \rightarrow min \tag{2.2}$$

ahol F — egy skalár függvény.
Az optimális rendszerek tervezésében a J költségfüggvény (2.2) helyettesíti a hagyományos tervezési kritériumokat, mint például a maximális túllendülést, a csillapítási tényezőt, az erősítési tartalékot és a fázistartalékot. A költségfüggvény megválasztásánál figyelembe kell venni, hogy a megtervezett rendszer a hagyományos minőségi jellemzőkkel könnyebben értelmezhető fizikai előírásoknak is eleget tegyen.
Egy adott lineáris rendszer esetében a tervezés célja megkeresni azt a vezérlési törvényt, ami biztosítja a költségfüggvény vagy célfüggvény minimális értékét (2.3).

$$J=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_{vég}}\left[\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x}+\mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}\right]dt \rightarrow min \tag{2.3}$$

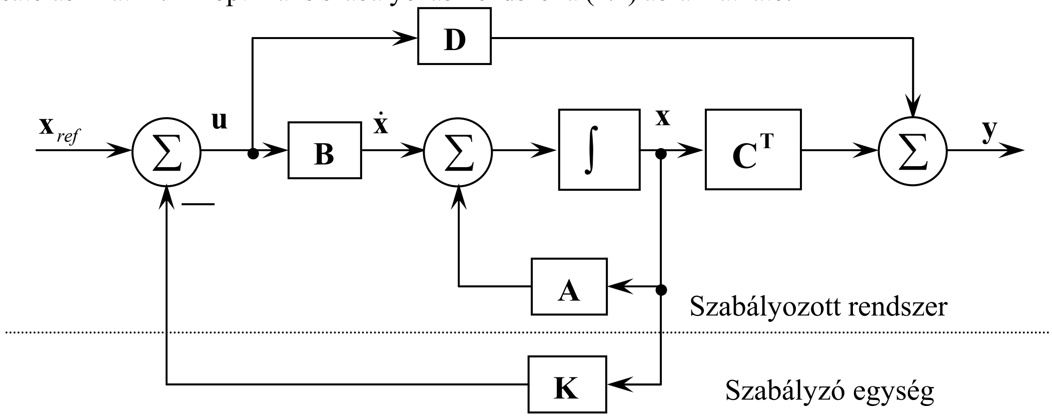
ahol az $\mathbf{x}$ állapotváltozó vektor, az $\mathbf{u}$ irányító vektor, a $\mathbf{Q}\geq 0$ az állapotváltozók pozitív szemidefinit súlyozó mátrixa, ami biztosítja, hogy a másodfokú alak bármilyen x_i értéknél pozitív, vagy legfeljebb zérus értékű legyen. Az $\mathbf{R}>0$ a bemeneti vektor rendezőinek súlyozó mátrixa. [2, 10, 12, 13, 16].
A vizsgált rendszer állapotegyenlete (2.4) alakban adott.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}&=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}\mathbf{u}\\ \mathbf{y}&=\mathbf{C}\mathbf{x}+\mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned} \tag{2.4}$$

Az $x_{ref}=0$ referencia jel esetén az optimális vezérlési törvény (2.5) alakban írható fel.

$$\mathbf{u}_{opt}(t)=-\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \tag{2.5}$$

A (2.5) vezérlési törvény biztosítja a (2.3) költségfüggvény minimális értékét, ahol a $\mathbf{K}$ az állapot visszacsatolási mátrix. Az optimális szabályozási rendszer a (2.1) ábrán látható.



2.1 ábra A teljes állapot—visszacsatolású szabályozási rendszer hatásvázlata

A $\mathbf{P}$ költség— és $\mathbf{K}$ állapot—visszacsatolási mátrixok meghatározása az elfajult Ricatti—féle mátrixegyenletből történik, előzetesen megírt MATLAB® m—fájl segítségével (2.6).

$$\mathbf{A}^{T}\mathbf{P}+\mathbf{PA}-\mathbf{PBR}^{-1}\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}+\mathbf{Q}=0 \tag{2.6}$$

A Ricatti—féle mátrix egyenlet megoldásához keressük a $\mathbf{Q}$ és $\mathbf{R}$ súlyozó mátrixokat. A súlyozó mátrixokat a szabályozó tervezése során az első közelítésben az egységnyi súlyozás alkalmazásával határoztuk meg. A mátrixok további hangolása heurisztikus módon történt [2, 5, 7, 10, 14, 15, 17].

3. A pólus áthelyezés tervezési módszer

A korszerű, állapottér tervezési módszerek közé tartozik a pólus áthelyezés módszere is. A nyitott szabályozási rendszer továbbra is (2.4) alakban adott. Feltételezzük, hogy a rendszer teljesen irányítható és megfigyelhető. A módszer lényege egy olyan szabályozó tervezése, ami biztosítja, a zárt rendszer előírt működési tartományán belüli stabilis működést. A vezérlési törvény zérusértékű referencia jel esetén (2.5) alakú, vagyis a pillanatnyi állapotot az irányítójel határozza meg. A $\mathbf{K}$ állapot—visszacsatolási mátrix megválasztásával biztosíthatjuk, hogy a zárt rendszer pólusai a komplex sík baloldalára, a kívánt helyre kerüljenek. A vezérlési törvényt behelyettesítve a (2.4) egyenletbe kapjuk a zárt rendszer állapotegyenletét (5.1):

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=(\mathbf{A}-\mathbf{BK})\mathbf{x}(t) \tag{3.1}$$

Legyen $\widetilde{\mathbf{A}}=\mathbf{A}-\mathbf{BK}$, akkor a karakterisztikus egyenlet (3.2):

$$\Phi_s=\left|s\mathbf{I}-\widetilde{\mathbf{A}}\right|=(s-s_1)\cdot(s-s_2)\cdot(s-s_3)\cdot..\cdot(s-s_n)=s^n+\alpha_1 s^{n-1}+..+\alpha_{n-1}n+\alpha_n=0 \tag{3.2}$$

és $\Phi(\mathbf{A})=\mathbf{A}^n+\alpha_1\mathbf{A}^{n-1}+\ldots+\alpha_{n-1}\mathbf{A}+\alpha_n\mathbf{I}$.
A Cayley—Hamilton tétel alapján:

$$\Phi(\widetilde{\mathbf{A}})=\widetilde{\mathbf{A}}^n+\alpha_1\widetilde{\mathbf{A}}^{n-1}+\ldots+\alpha_{n-1}\widetilde{\mathbf{A}}^n+\alpha_n\mathbf{I}=0 \tag{3.3}$$

$n=3$ közelítést alkalmazva:

$$\Phi(\widetilde{\mathbf{A}}) = \Phi(\mathbf{A}) - \alpha_2\mathbf{BK} - \alpha_1\mathbf{BK}\widetilde{\mathbf{A}} - \mathbf{BK}\widetilde{\mathbf{A}}^2 - \alpha_1\mathbf{ABK} - \mathbf{ABK}\widetilde{\mathbf{A}} - \mathbf{A}^2\mathbf{BK} \qquad (3.4)$$

$\Phi(\widetilde{\mathbf{A}}) = 0$, így:

$$\Phi(\mathbf{A}) = \mathbf{B}\left(\alpha_2\mathbf{K} + \alpha_1\mathbf{K}\widetilde{\mathbf{A}} + \mathbf{K}\widetilde{\mathbf{A}}^2\right) + \mathbf{AB}\left(\alpha_1\mathbf{K} + \mathbf{K}\widetilde{\mathbf{A}}\right) + \mathbf{A}^2\mathbf{BK} \qquad (3.5)$$

A (5.5) egyenletből kifejezhető a $\mathbf{K}$ állapot—visszacsatolási mátrix:

$$\mathbf{K} = [0\ 0\ 1]\cdot\left[\mathbf{B}\ \ \mathbf{AB}\ \ \mathbf{A}^2\mathbf{B}\right]^{-1}\cdot\Phi(\mathbf{A}) \qquad (3.6)$$

Tetszőlegesen választott n esetén a $\mathbf{K}$ állapot—visszacsatolási mátrix [3]:

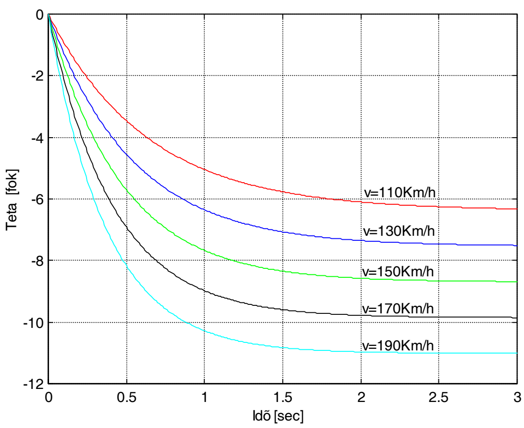
$$\mathbf{K} = [0\ \ 0\ \ \ldots\ \ 0\ \ 1]\cdot\left[\mathbf{B}\ \ \ \mathbf{AB}\ \ \ \ldots\ \ \ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right]^{-1}\cdot\Phi(\mathbf{A}) \qquad (3.7)$$

4. A repülőgép időtartománybeli analízise

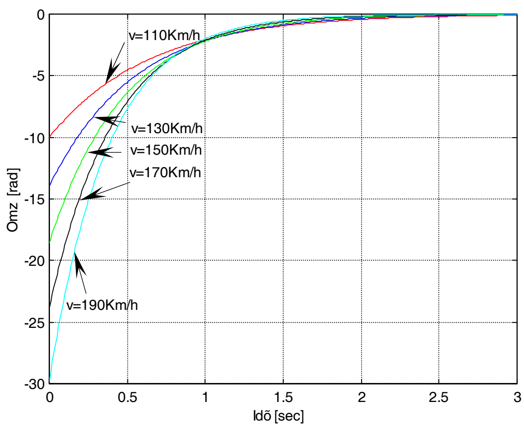
A szabályozó rendszereket gerjesztő külső és belső hatások általában nem ismertek, ezért a rendszer „válaszát” olyan bemenő jelekre vizsgáljuk, amelyeknek ismert az időbeni lefolyása. Ha a determinisztikus vizsgálójeleket (a végtelen sok lehetséges jel közül) megfelelően választjuk ki, a vizsgálati módszer a gyakorlat számára (sztochasztikus hatások lefolyása esetén) is kielégítő eredményt biztosíthat. A súlyfüggvény és az átmeneti függvény segítségével a repülőgép tranziens viselkedése jól vizsgálható. Az időfüggvények kiértékelésével megítélhetjük, hogy a repülőgép stabilis működésű—e. A nemirányított szakaszok minőségi jellemzőinek megismerése és összevetése a zárt szabályozási rendszerekkel szemben támasztott minőségi követelményekkel lehetőséget teremt az adott minőségi követelményeket biztosító szabályozó megtervezésére.
A közvetlen stabilitási kritérium alapján a szabályozási rendszer akkor és csakis akkor stabilis, ha —megfelelően hosszú idő elteltével— a súlyfüggvény (impulzusválasz) értéke zérus, vagyis [5, 14, 24]:

$$\lim_{t\to\infty} w(t) = 0 \qquad (4.1)$$

Legyen a bemenet a magassági kormány Dirac—impulzus jellegű kitérítése, a kimenet a hosszirányú mozgás állapotváltozóinak (υ, H, ω_z) tranziens viselkedése, ami a (4.1; 4.2; 4.3) ábrákon látható.

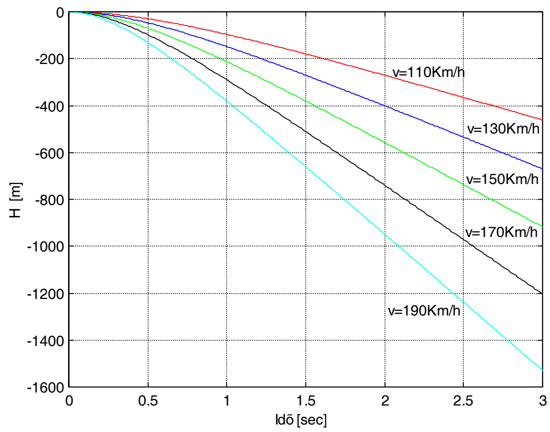


4.1 ábra A bólintási szög impulzusválasz függvénye



4.2 ábra A bólintási szögsebesség impulzusválasz függvénye

A (4.1), ábrán látható, hogy a vizsgált repülési üzemmódokon a nemirányított rendszer válasza a Dirac—impulzus gerjesztésre kezdetben exponenciálisan csökken, és $t\to\infty$ esetén a repülési sebesség növekedésével a stacioner állapot abszolút értéke nő. A (4.2) ábrán a tranziens folyamat exponenciálisan nő, $t \to \infty$ estén a repülési sebesség értékétől függetlenül zérushoz tart.

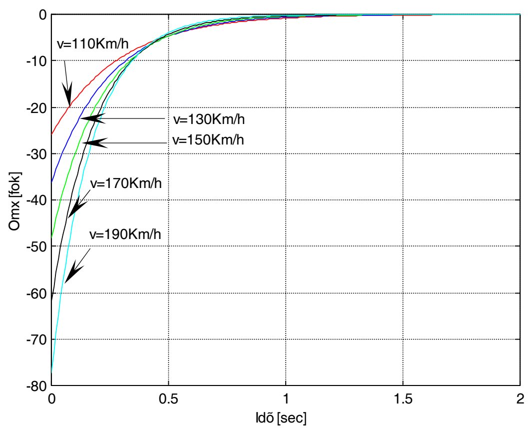


4.3 ábra A magasság impulzusválasz függvénye

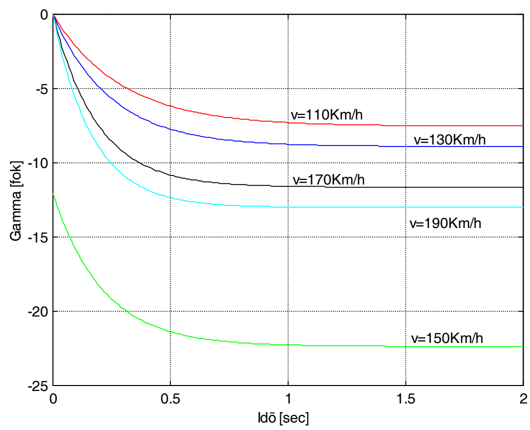
A (4.3) ábrán a repülési magasság impulzusválasz függvényei $t \to \infty$ esetén aperiodikusan széttartóvá válnak, vagyis a repülőgép egyensúlyi helyzetéből kibillen, és nem tér vissza.

Legyen a bemenet a csűrő Dirac—impulzus jellegű kitérítése, a kimenet az oldalirányú mozgás állapotváltozóinak (ω_x, γ) tranziens viselkedése, ami a (4.4; 4.5) ábrákon látható.

A (4.4), ábrán látható, hogy az orsózó szögsebesség impulzusválasz függvénye kezdetben exponenciálisan nő, $t \to \infty$ estén a repülési sebesség értékétől függetlenül zérushoz tart. A (4.5) ábrán a vizsgált repülési üzemmódokon a nemirányított rendszer válasza a Dirac—impulzus gerjesztésre kezdetben exponenciálisan csökken, és $t \to \infty$ esetén a repülési sebesség függvényében konstans értékre áll be.

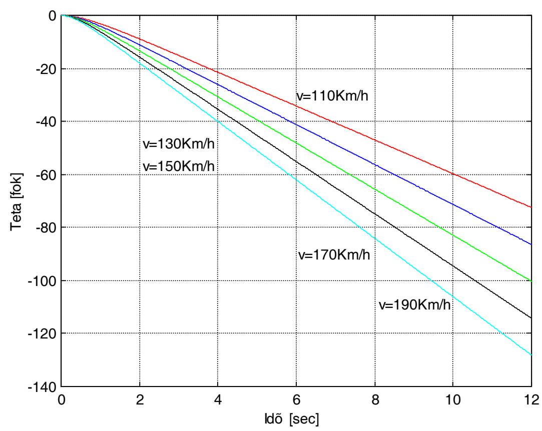


4.4 ábra A orsózó szögsebesség impulzusválasz függvénye

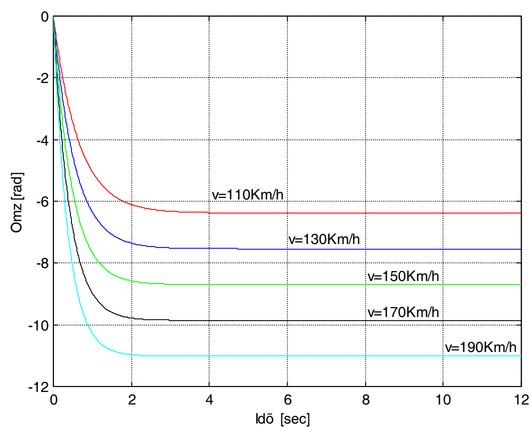


4.5 ábra A bedöntési szög impulzusválasz függvénye

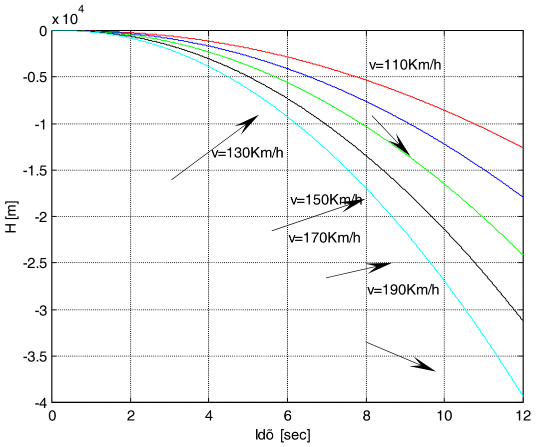
Legyen a bemenet a magassági kormány egységimpulzus lefolyású kitérítése, ekkor a kimenet a hosszirányú mozgás állapotváltozóinak (υ, H, ω_z) tranziens viselkedése, amelyek a (4.6; 4.7; 4.8) ábrákon láthatóak.



4.6 ábra A bólintási szög átmeneti függvénye



4.7 ábra A bólintási szögsebesség átmeneti függvénye

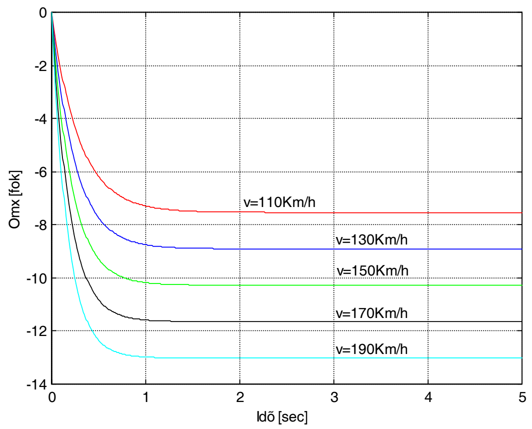


4.8 ábra A magasság átmeneti függvénye

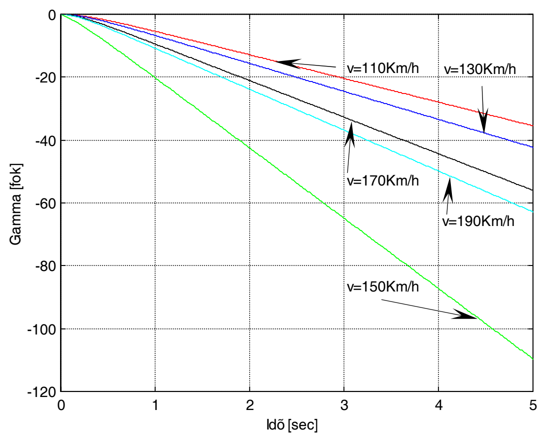
A (4.6) ábrán a bólintási szög $t \to \infty$ esetén folyamatosan nő, aperiodikusan széttartóvá válik. A (4.7) ábrán az orsózó szögsebesség időfüggvénye kezdetben exponenciálisan csökken, és $t \to \infty$ esetén konstans értékű lesz, a repülési sebesség növekedésével a stacioner állapot abszolút értéke nő. A (4.8) ábrán látható, hogy a repülési magasság átmeneti függvényei $t \to \infty$ esetén aperiodikusan széttartóvá válnak.

Legyen a bemenet a csűrő Dirac—impulzus jellegű kitérítése, ekkor kimenet oldalirányú mozgás állapotváltozóinak (ω_x, γ) tranziens viselkedése, ami a (4.9; 4.10) ábrákon látható.

A (4.9) ábrán az orsózó szögsebesség időbeli lefolyása kezdetben exponenciálisan csökken, majd $t \to \infty$ esetén a repülési sebesség függvényében növekvő abszolút értéket vesz fel. A (4.10) ábrán látható, hogy a bedöntési szög időfüggvényei $t \to \infty$ esetén aperiodikusan széttartóvá válnak.



4.9 ábra A orsózó szögsebesség átmeneti függvénye



4.10 ábra A bedöntési szög átmeneti függvénye

Az analízishez ismernünk kell a nemirányított repülőgép mozgását leíró függvények gyökeit, a csillapítatlan rezgések körfrekvenciáit, és a csillapítási tényezőket. A rendelkezésre álló matematikai modellek [18] alapján meghatároztuk a Szojka—III minőségi jellemzőit. Az analízisek eredményeit az (4.1) és (4.2) táblázatok tartalmazzák.

A hosszirányú mozgás minőségi jellemzői 4.1 táblázat

Sajátérték (λ)	**Csillapítási tényező** (ξ)	**Sajátlengések körfrekvenciája** (ω) **[rad/sec]**
1. eset: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
0	-1	0
-1,57	1	1,57
2. eset: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
0	-1	0
-1,85	1	1,85
3. eset: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0

0	-1	0
-2,14	1	2,14
4. eset:, v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
0	-1	0
-2,42	1	2,42
5. eset: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
0	-1	0
-2,71	1	2,71

A repülőgép hosszirányú mozgását leíró egyenletek a vizsgált üzemmódokon az origóban elhelyezkedő és a negatív valóstengelyen elhelyezkedő pólussal rendelkeznek. A ξ csillapítási tényező értéke -1 és 1.

Az oldalirányú mozgás minőségi jellemzői 4.2 táblázat

Sajátérték (λ)	**Csillapítási tényező** (ξ)	**Sajátlengések körfrekvenciája** (ω) **[rad/sec]**
1. eset: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
-3,44	1	3,44
2. eset: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
-4,07	1	4,07
3. eset: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
-4,69	1	4,69
4. eset:, v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
-5,32	1	5,32
5. eset: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg		
0	-1	0
-5,94	1	5,94

A (4.2) táblázatból kiolvasható, hogy a rendszer stabilis viselkedésű, az oldalirányú mozgás karakterisztikus egyenletei az origóban, és a negatív tengelyen elhelyezkedő pólusokkal rendelkeznek. A csillapítási tényező értéke -1 és 1. A csillapítási tényező értéke minden vizsgált üzemmódon eltér a kívánt értéktől (4.1 táblázat).
A vizsgálatok eredményeként elmondható, hogy a Szojka—III pilótanélküli repülőgépnek az előirt minőségi követelményeknek teljesítéséhez, a repülésszabályozó rendszeréhez csillapító automatákat kell alkalmazni [11]. A csillapító automaták tervezésekor természetesen figyelembe kell venni, hogy a túlságosan szigorúan megállapított követelmények betartása pazarlást jelent.

5. Az LQR szabályozó előzetes tervezése

A szabályozási rendszerekkel szemben támasztott alapvető követelmény a szabályozott jellemző elvárt időkésés és hiba nélküli alapjel követése a rendszerre ható külső és belső zavaró jellemzőktől függetlenül. Ez a követelmény nem, vagy csak bizonyos hibával valósul meg valóságos rendszerekben. A szabályozás minőségét e hiba alkalmasan megválasztott mutatóival lehet jellemezni. A hiba két részre bontható. A statikus hibára (az ideális állapottól való eltérést mutatja állandósult állapotban), és a dinamikus hibára (az ideális kimeneti jeltől való eltérés a tranziens alatt). A szabályozási rendszer tervezése során fontos szempont az állandósult állapotbeli (maradó) szabályozási hiba minimálása. A minőségi követelményeket a [19, 20, 21] irodalmak tartalmazzák. A szintézis célja, hogy adott követelményeknek megfelelő szabályozási rendszert hozzunk létre, amely magába foglalja a szabályozási struktúra, a szabadon választható jelek és paraméterek alkalmas megválasztását. A tényleges szabályzó kialakítását természetesen ezeken kívül még számos más tényező (eszközméretezés, környezet, technológia, gazdasági és üzembiztonsági szempontok, stb.) is befolyásolják [9, 25].

Az LQR szabályzó tervezési módszer feltételezi, hogy a rendszert nem gerjeszti sem külső, sem belső zavarforrás, és az összes állapotváltozója ismert, vagy mérhető. A tervezés folyamán keressük az optimális vezérlési törvényt, amely a lineáris rendszert egyik egyensúlyi állapotából a másikba viszi át a költségfüggvény minimalizálásával [3, 9**, 22**]. A szabályozás megtervezéséhez először definiálnunk kell a szabályozás célját és követelményeit. A vizsgált repülőgép esetében olyan szabályozó tervezése a cél, amely egy x_{ref} referencia jelet képes követni.

A szabályozás elkészítéséhez megfogalmaztuk a következő elvárásokat:

- Legyen képes követni a repülőgép mozgása az oldalkormány kitérését (a pozíciója által meghatározott értéket), mint referencia jelet;
- legyen érzéketlen a szabályozórendszer a légköri turbulens hatásokkal szemben a szabványokban előírt mértékig;
- a repülőgép feleljen meg a [19, 20, 21] irodalmakban meghatározott minőségi követelményeknek.

A [19, 20, 21] irodalmakban megfogalmazott minőségi követelmények 5.1 táblázat tartalmazza:

Minőségi követelmények 5.1 táblázat

Hosszirányú mozgás	
Csillapítási tényező	$0{,}5 \le \xi_{\alpha,\,\text{csill.}} \le 1$
Bólintási szögstabilizálás pontossága (statikus hiba)	
Nyugodt légkör esetén:	$\pm 0{,}5^{\circ}$
Turbulencia esetén:	$\pm 5^{\circ}$
Erősítési tartalék	> 8dB
Fázis tartalék	$> 60^{\circ}$
holtidő	$t_h \le 0{,}2$ sec
Bólintási szög tranziensidő	t= 2-3 sec
Oldalirányú mozgás	
Bedöntési szög stabilizálás csillapítási tényezője	$0{,}6 \le \xi_{.} \le 1{,}2$
Bedöntési szögstabilizálás pontossága (statikus hiba)	
Nyugodt légkör esetén:	$\pm 1^{\circ}$
Turbulencia esetén:	$\pm 10^{\circ}$
Irányszög-stabilizálás pontossága (statikus hiba)	
Nyugodt légkör esetén:	$\pm 0{,}5^{\circ}$
Turbulencia esetén:	$\pm 5^{\circ}$
Csillapított repülőgép időállandója	T_{γ}=1,4-3 sec
Dőlési csillapító automata túlszabályozása	$< 60^{\circ}$
bedöntési szög 30°-ra beállás	$\le 3{,}9$ sec
holtidő	$t_h \le 0{,}2$ sec
Erősítési tartalék	> 8dB
Fázis tartalék	$> 60^{\circ}$

A Szojka—III dinamikája (2.4) alakban a [18] irodalom alapján adott. A repülőgép mozgásának vizsgált állapotvektorai hosszirányú mozgás esetén (5.1), oldalirányú mozgás esetén (5.2) alakúak.

$$\mathbf{x}_h^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \vartheta & H & \omega_z \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

$$\mathbf{x}_o^{\mathrm{T}} = [\omega_{\mathrm{x}} \quad \gamma] \tag{5.2}$$

A [**23**] irodalomban elvégzett irányíthatósági és megfigyelhetőségi vizsgálatok alapján elmondható, hogy a repülőgép a rendelkezésre álló bemeneti paraméterekkel irányítható, az összes állapotváltozója megfigyelhető. A repülőgép a magassági kormány és a csűrőlapok segítségével kormányozható, a szögkitérésekkel arányos jelek, mint bemeneti paraméterek értelmezhetők:

$$\mathbf{u}_m = [\delta_m] \tag{5.3}$$

$$\mathbf{u}_o = [\delta_{cs}] \tag{5.4}$$

Az integrál kritérium (2.3) lokális minimálásához szükséges definiálnunk a $\mathbf{Q}$ és $\mathbf{R}$ mátrixokat. Segítségükkel meghatározhatjuk az optimális vezérlési törvényt (2.5), és az optimális állapot—visszacsatolási mátrixot. Az alkalmazott súlyozó mátrixok előzetes beállítására az egységnyi súlyozás elvét alkalmaztuk. Első lépésként az $\mathbf{u}$ bemeneti vektor rendező $\mathbf{R}$ értékét egységnyinek, az $\mathbf{x}$ állapotvektor rendező $\mathbf{Q}$ mátrix főátlójában lévő elemek értékét egységnyinek, a többit (az állapotváltozók keresztszorzatait) nullának választottuk. Ez minden esetben megtehető, mert a súlyozó elemek egymáshoz viszonyított értéke a meghatározó. A $\mathbf{Q}$ mátrix egységnyi súlyozása eredményeként egy gyors beállású, dinamikájú rendszert kapunk.

Legyen a rendszer referencia jele $x_{ref} = 0$.

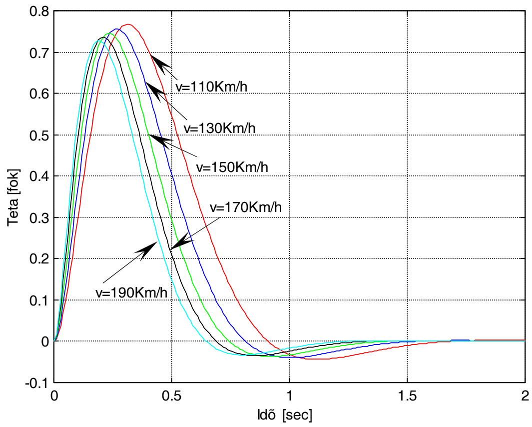
Az integrálkritérium minimálása során a hangolt rendszer állapot—visszacsatolási (súlyozó) mátrixai, hosszirányú mozgás, $\mathbf{Q}_{h1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}_{h1} = 1$ súlyozások esetén:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{h1} &= [-10{,}4309 \quad -1 \quad -1{,}6073] \\ \mathbf{K}_{h2} &= [-10{,}8014 \quad -1 \quad -1{,}4689] \\ \mathbf{K}_{h3} &= [-11{,}1835 \quad -1 \quad -1{,}3739] \\ \mathbf{K}_{h4} &= [-11{,}5708 \quad -1 \quad -1{,}3056] \\ \mathbf{K}_{h5} &= [-11{,}9593 \quad -1 \quad -1{,}2547] \end{aligned} \tag{5.5}$$

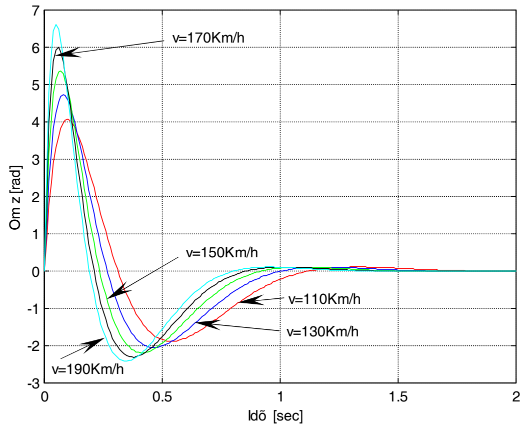
A hangolt rendszer állapot—visszacsatolási mátrixai, oldalirányú mozgás, $\mathbf{Q}_{o1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}_{o1} = 1$ súlyozások esetén:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{o1} &= [-0{,}9136 \quad -1] \\ \mathbf{K}_{o2} &= [-0{,}9211 \quad -1] \\ \mathbf{K}_{o3} &= [-0{,}7301 \quad -1] \\ \mathbf{K}_{o4} &= [-0{,}9337 \quad -1] \\ \mathbf{K}_{o5} &= [-0{,}9389 \quad -1] \end{aligned} \tag{5.6}$$

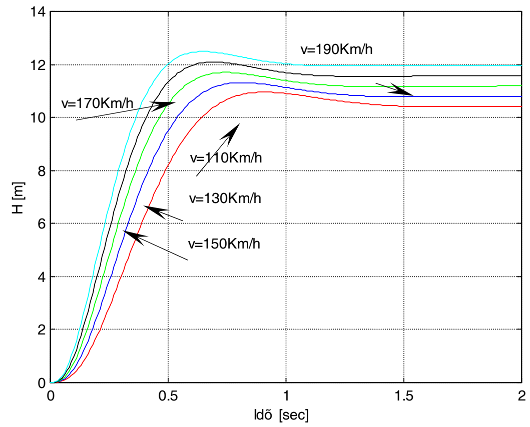
A (5.1; 5.2) ábrákon látható, hogy a bólintási szög, és a bólintási szögsebesség kezdetben lengő jellege gyorsan beáll zérus értékre. A bólintási szög esetén $t_{tr} \leq 1{,}5\,\mathrm{sec}$, a $\upsilon_{\max} \cong 0{,}73 - 0{,}76$, a bólintási szögsebesség esetén pedig $t_{tr} \leq 1{,}1\,\mathrm{sec}$.



5.1 ábra A bólintási szög átmeneti függvénye



5.2 ábra A bólintási szögsebesség átmeneti függvénye

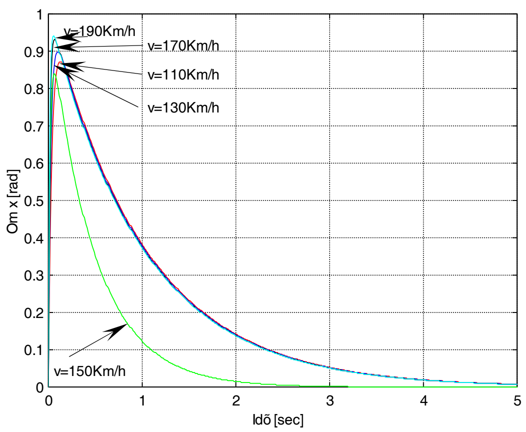


5.3 ábra A magasság átmeneti függvénye

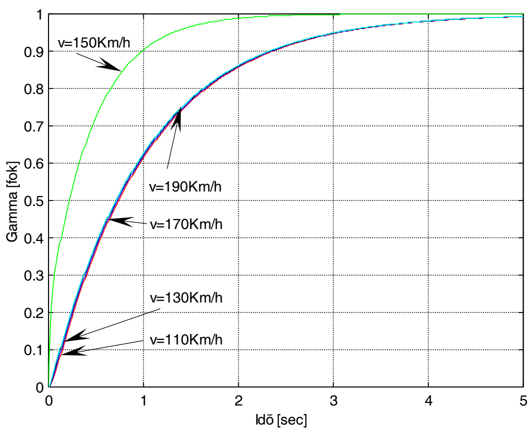
Az (5.3) ábrán a zárt szabályozási rendszer egységugrás bemeneti jelre adott válaszfüggvényét láthatjuk, amely kismértékű túlszabályozás (kb.:10%) után rövid idő alatt ($t_{tr} = 1{,}3\,\sec$) válik konstans értékűvé ($H \cong 10{,}5 - 12$) a repülési sebesség függvényében.

Az (5.4) ábrán látható, hogy az orsózó szögsebesség nagy túlszabályozással ($\sigma \cong 0{,}82 - 0{,}94\,\%$), $t_{trs} \leq 2 - 4\,\sec$ alatt tér vissza zérushoz.

A bedöntési szög, (5.5) ábra, tranziens ideje $t_{tr} \leq 2 - 5\,\sec$, a maximális értékét ($\gamma_{\max} = 1$) a repülési sebességtől függetlenül túlszabályozás nélkül éri el. $v_x = 150$ km/h repülési sebességnél a tranziens idő, $t_{tr} \cong 1\,\sec$, a többi esetben $t_{tr} \cong 2{,}5\,\sec$ és a függvényértékek egybeesők.



5.4 ábra Az orsózó szögsebesség átmeneti függvénye



5.5 ábra A bedöntési szög átmeneti függvénye

A repülőgép hosszirányú mozgását leíró egyenletek, (5.2) táblázat a vizsgált üzemmódokon egy negatív valóssal rendelkező komplex konjugált gyökpárral és a negatív valóstengelyen elhelyezkedő pólussal rendelkeznek. A ξ csillapítási tényező értéke 0,64 és 1 között változik a repülési sebesség függvényében. A nemirányított repülőgép sajátértékeivel, (4.1) táblázat, összehasonlítva a zárt szabályozási kört, (5.2) táblázat, a (5.5) egyenlettel adott állapot—visszacsatolások segítségével minden vizsgált üzemmódon sikerült áthelyezni az origóban elhelyezkedő pólusokat, és a csillapítási tényező értékét.

A hosszirányú mozgás minőségi jellemzői 5.2 táblázat

Sajátérték (λ)	**Csillapítási tényező** (ξ)	**Sajátlengések körfrekvenciája** (ω) **[rad/sec]**
1. eset: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-3,59±4,04i	0,64	5,41
-10,5	1	10,5
2. eset: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-4,05±4,35i	0,681	5,94
-14,3	1	14,3
3. eset: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-4,43±4,64i	0,69	6,42
-18,8	1	18,8
4. eset:, v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-4,77±4,91i	0,96	6,85
-24,1	1	24,1
5. eset: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-5,07±5,17i	0,7	7,25
-30	1	30

A (5.3) táblázatból kiolvasható, hogy a rendszer minden vizsgált üzemmódon negatív valós sajátértékekkel rendelkezik, és a csillapítási tényező értéke 1.

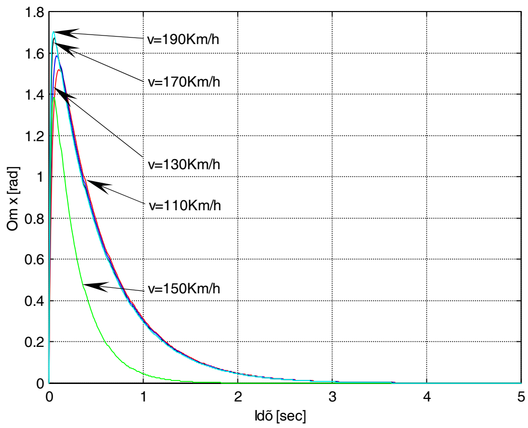
Az oldalirányú mozgás minőségi jellemzői 5.3 táblázat

Sajátérték (λ)	**Csillapítási tényező** (ξ)	**Sajátlengések körfrekvenciája** (ω) **[rad/sec]**
1. eset: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-0,992	1	0,992
-26,1	1	26,1
2. eset: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-0,994	1	0,994
-36,4	1	36,4
3. eset: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-2,1	1	2,1
-49,9	1	49,9
4. eset:, v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-0,996	1	0,996
-62,1	1	62,1
5. eset: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-0,997	1	0,997
-77,5	1	77,5

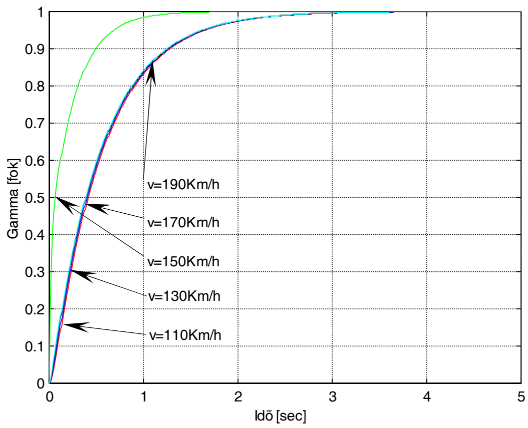
A tervezés folytatásaként a súlyozó mátrixok elemeit heurisztikusan addig hangoljuk, amíg el nem érjük a kívánt minőségi jellemzőket. A rendszer dinamikáját az oldalirányú mozgás esetén növelni kell. A heurisztikus hangolás eredménye:

A hangolt rendszer állapot—visszacsatolási mátrixai, oldalirányú mozgás, $\mathbf{Q}_{o2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3.5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{R}_{o2} = 1$ súlyozások esetén:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{o11} &= [-0{,}9452 \quad -1{,}8708] \\ \mathbf{K}_{o21} &= [-0{,}9441 \quad -1{,}8708] \\ \mathbf{K}_{o31} &= [-0{,}616 \quad -1{,}8708] \\ \mathbf{K}_{o41} &= [-0{,}9474 \quad -1{,}8708] \\ \mathbf{K}_{o51} &= [-0{,}9499 \quad -1{,}8708] \end{aligned} \tag{5.8}$$



5.6 ábra Az orsózó szögsebesség átmeneti függvénye



5.7 ábra A bedöntési szög átmeneti függvénye

A repülőgép oldalirányú mozgását leíró egyenletek, (5.3) táblázat, a vizsgált üzemmódokon negatív valóstengelyen elhelyezkedő pólussal rendelkeznek. A ξ csillapítási tényező értéke repülési sebességtől függetlenül 1.

Az (5.6) ábrán látható, hogy az orsózó szögsebesség túlszabályozása nőtt, a tranziens idő viszont csökkent ($t_{tr} \leq 3\,\text{sec}$). A bedöntési szög, (5.7) ábra, tranziens ideje $t_{tr} \leq 3\,\text{sec}$, a maximális értékét ($\gamma_{\max} = 1$) a repülési sebességtől függetlenül túlszabályozás nélkül éri el. $v_x = 150$ km/h repülési sebességnél a tranziens idő, $t_{tr} \cong 0{,}5\,\text{sec}$, a többi esetben $t_{tr} \leq 2\,\text{sec}$ és a függvényértékek egybeesők.

Oldalirányú mozgás minőségi jellemzői, $\mathbf{Q}_{o2}$ $\mathbf{R}_{o2}$ súlyozások 5.3 táblázat

Sajátérték (λ)	**Csillapítási tényező** (ξ)	**Sajátlengések körfrekvenciája** (ω) **[rad/sec]**
1. eset: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1,86	1	1,86
-26,1	1	26,1
2. eset: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1,86	1	1,86
-36,4	1	36,4
3. eset: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-3,68	1	3,68
-53,3	1	53,3
4. eset:, v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1,86	1	1,86
-62,1	1	62,1

5. eset: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1,87	1	1,87
-77,5	1	77,5

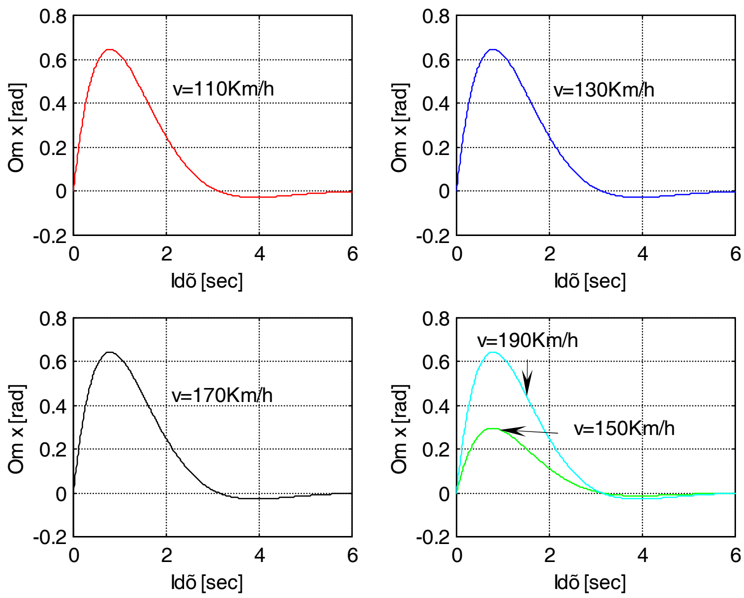
Az LQR módszer alkalmazásával oldal irányú mozgás esetén nem értük el a kívánt eredményt. A szabályzó hangolásához a pólus áthelyezés módszerét alkalmaztuk a továbbiakban.

6. A szabályozó előzetes tervezése pólus áthelyezés módszerével

Az oldal irányú mozgás szabályzóinak előzetes tervezéséhez alkalmaztuk a pólus áthelyezés módszerét, az új pólusok helyét a komplex frekvencia síkon a $p=(-1\pm j)$ pontokban határoztuk meg. A hangolt rendszer állapot—visszacsatolási mátrixai, oldalirányú mozgás, pólus áthelyezés módszer alkalmazásakor (6.1):

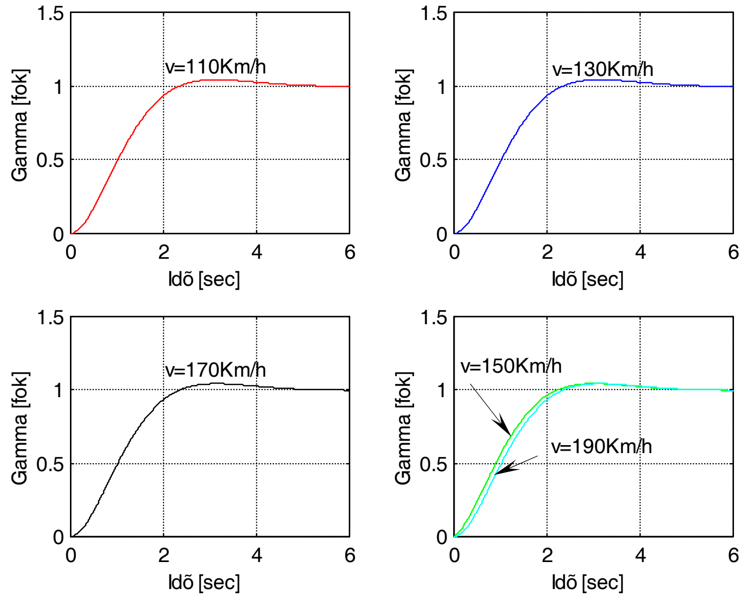
$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{o1p} &= [0{,}0556 \quad -0{,}0772] \\
\mathbf{K}_{o2p} &= [0{,}0571 \quad -0{,}0552] \\
\mathbf{K}_{o3p} &= [0{,}0606 \quad -0{,}0191] \qquad (6.1) \\
\mathbf{K}_{o4p} &= [0{,}0536 \quad -0{,}0323] \\
\mathbf{K}_{o5p} &= [0{,}051 \quad -0{,}0259]
\end{aligned}$$

A (6.1) ábrán látható, hogy a $v_x = 110$ km/h, a $v_x = 130$ km/h, a $v_x = 170$ km/h, és a $v_x = 190$ km/h repülési sebességekhez tartozó átmeneti függvények a sebességtől függetlenül teljesen együtt futnak, $v_x = 150$ km/h repülési sebességhez tartozó függvény túllövése fele a többi függvény túllövésének. A tranziensidő minden esetben kevesebb, mint 3 sec.



6.1 ábra Az orsózó szögsebesség átmeneti függvényei

A (6.2) ábra alapján elmondható, hogy a bedöntési szög átmeneti függvényértékei a vizsgált üzemmódokon gyakorlatilag sebességtől függetlenül egybeestek. A tranziensidő $t_{tr} \cong 2$ sec .



6.2 ábra A bedöntési szög átmeneti függvényei

A (6.1) táblázatból látható, hogy a függvények sajátértékei az előre meghatározott értéket vették fel minden üzemmódon.

Oldalirányú mozgás minőségi jellemzői, pólus áthelyezés módszer 6.1 táblázat

Sajátérték (λ)	**Csillapítási tényező** (ξ)	**Sajátlengések körfrekvenciája** (ω) **[rad/sec]**
1. eset: v=110 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1±i	0,707	1,41
2. eset: v=130 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1±i	0,707	1,41
3. eset: v=150 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1±i	0,707	1,41
4. eset:, v=170 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1±i	0,707	1,41
5. eset: v=190 km/h, H=400 m, m=135 kg		
-1±i	0,707	1,41

Összefoglalás

A szerzők elvégezték a Szojka—III repülőgép hosszirányú és oldalirányú mozgásának számítógépes analízisét. Hosszirányú mozgás esetén az egységnyi súlyozás és a heurisztikus hangoláskor az állapot–visszacsatolási mátrix elemei egymáshoz viszonyított értékeinek többszörösére történő növelése sem hozott érdemi változást az időfüggvények jellemzőiben. Megemlíteni szükséges, hogy a nagy értékű súlyozó mátrixok – gyakorlatilag azonos értékű minőségi jellemzők mellett – lényeges mértékben növelték az állapot—visszacsatolási mátrix elemeit, amelyeket aktív berendezésekkel kell létrehozni. Mindezek alapján elmondható, hogy a szabályozó rendszer mérete, tömege és energiaszükséglete kis értékű súlyozás mellett kedvezőbb.

Az Oldalirányú mozgás időfüggvényeinek jellemzőit az LQR módszer alkalmazásával $t_{tr} \leq 3\,\mathrm{sec}$ értekre sikerült beállítani. A tranziens idő csökkentése viszont az orsózó szögsebesség

átmeneti függvényének maximális értékét kb. 2—szeresére növelte. Szükséges volt további szabályozó tervezési módszer alkalmazása.
A pólus áthelyezés módszer alkalmazásával a pólusok a komplex frekvencia sík $p = (-1 \pm j)$ pontjaira lettek áthelyezve. A pólus áthelyezés következtében az oldalirányú mozgás átmeneti függvényei a sebességtől függetlennek bizonyultak.
A kapott szabályozók (állapot—visszacsatolási mátrixok) további sztochasztikus vizsgálatok kiindulásának alapja lehet.

FELHASZNÁLT IRODALOM:

1. CSÁKI, F. Korszerű szabályozáselmélet, Akadémia Kiadó, Budapest, 1970.
2. KULCSÁR, B. LQG/LTR controller design for an aircraft model, Periodica polytechnica, Ser. Transp. Eng. Vol. 28, No. 1—2, pp. (131—142), 2000.
3. OGATA, K. Modern Control Engineering, Prentice—Hall International Ltd., 1990.
4. CHIPPERFIELD, A. J. — FLEMING, P. J. MATLAB® Toolboxes and Applications for Control, Peter Peregrinus Ltd., 1993.
5. BOKOR, J. — KURUTZ, K. — KOHUT, M. — GÁSPÁR, P. Irányítástechnika, Műszaki Egyetem, Budapest, 1995.
6. Control System Toolbox 5.1 for Use With MATLAB® (Release 12.1), User's Guide, The MathWorks, Inc., 2001.
7. CSÁKI, F. — BARS, R. Automatika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.
8. SZABOLCSI, R.— ESZES, J. — NÉMETH, M. Instabil szabályozási rendszerek stabilizálása állapot—visszacsatolással, Repüléstudományi Közlemények IX. évfolyam 23. szám, 1997/1, (109—120), Szolnok, 1997.
9. SZABOLCSI, R. Szabályozástechnikai feladatok megoldása a MATLAB® alkalmazásával, Egyetemi jegyzet, Budapest, 2004.
10. MACIEJOWSKI, J. M. Multivariable Feedback Design, Addison—Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
11. MCLEAN, D. Automatic Flight Control Systems, Prentice Hall, New York, 1990.
12. NELSON, R. C. Flight Stability and Automatic Control, WCB McGraw—Hill, 1998.
13. SOMLÓ, J. — PHAM THUONG CAT Lineáris és nemlineáris szabályozási rendszerek számítógépes tervezése, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1983.
14. CSÁKI, F. Automatika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1986.
15. CSÁKI, F. Fejezetek a szabályozástechnikából. Állapotegyenletek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973.
16. SZABOLCSI, R. Szabályozástechnikai feladatok megoldása a MATLAB® alkalmazásával, Egyetemi jegyzet, Budapest, 2004.
17. SZABOLCSI, R. Robusztus szabályzó tervezése — elméleti alapok, Szolnoki Tudományos Közlemények III., (13—18), Szolnok, 1999.
18. SZOJKA-III/TV kooperációs fejlesztés tudományos technikai adatai, IV. fejezet, Zelong Instr., Brno, 1993.
19. MIL—C—18244A (AS) Control and stabilization system: automatic, piloted aircraft general specification for, 1992.
20. MIL—F—8785C Flying Qualities of Piloted Airplanes, 1996.
21. MIL—F—9490D Flight Control Systems — Design, Installation and test of piloted aircraft general specification for, 1993.
22. LANTOS, B. Irányítási rendszerek elmélete és tervezése II. Korszerű szabályozási rendszerek, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2003.
23. SZEGEDI, P. A pilótanélküli repülőgépek irányíthatóságának és megfigyelhetőségének vizsgálata, Repüléstudományi Közlemények XIV. évfolyam 34. szám, (—), Szolnok, 2003.
24. SZABOLCSI, R. — SZEGEDI, P. Pilóta nélküli repülőgépek számítógépes analízise, Szolnoki Tudományos Közlemények, (CD ROM—on), Szolnok, 2002.
25. TUSCHÁK, R. Szabályozástechnika l. Füzet, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1993.