

MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓS VALÓSZÍNŰSÉGI BIZONYTALANSÁGELEMZÉS SZEMLÉLTETÉSE

1. BEVEZETÉS

A matematikai modellezés fő feladata a technikai rendszerben lejátszódó folyamatok, jelenségek — a vizsgálati szempontok szerint — lehető legpontosabb modelljeinek felállítása és eredményeinek kiértékelése. A modell felállításakor, valamint a kapott eredmények értékelésénél és elemzésénél számolnunk kell valamilyen fajtájú és mértékű bizonytalansággal.

Ezért a Debreceni Egyetem Műszaki Karán folyó Rendszertechnika tantárgy oktatása során hangsúlyosan kezeljük a matematikai modellek különféle bizonytalanságainak elemzését.

A Szerzők célja egy, mindenki által érthető, egyszerű, hétköznapi példán keresztül bemutatni a modellalkotás bizonytalanságainak forrásait és a különböző parametrikus bizonytalanságok elemzési eljárásait — tudományos diákköri munka keretében [5]. A vizsgált példa egy személygépkocsi tüzelőanyag fogyasztásának *tele tank módszerrel* való meghatározása. Az elemzési módszerek egyike a Monte-Carlo szimuláció alkalmazásával történő valószínűségi bizonytalanság-elemzés.

A Monte-Carlo módszert NEUMANN JÁNOS dolgozta ki 1945-ben, amely egy matematikai eszköz, és alkalmas arra, hogy véletlen események sorozatával oldjunk meg determinisztikus problémákat. Monte-Carlo módszereknek nevezzük a matematikai modellek megoldásának véletlen mennyiségek modellezését felhasználó numerikus módszereit, és azok jellemzőinek statisztikus értékelését. A módszert széles körben alkalmazzák különböző események lehetséges kimeneteleinek és azok valószínűségeinek szimulációjára, amikor a rendszer gerjesztő paraméterei bizonytalanok. Lényege, hogy az egyes bizonytalan gerjesztésekhez rendelt valószínűség-eloszlás alapján véletlenszerűen választunk ki értékeket, amelyeket a szimulációs vizsgálat egy-egy kísérletében használunk fel. Manapság a mérnöki és természettudományos kutatások csaknem összes területén széleskörű alkalmazása van a determinisztikus és statisztikus problémák megoldásának. Ilyen statisztikus probléma lehet az elektron transzportja is szilárd anyagban [6].

A tanulmány bemutatja a matematikai modellbizonytalanság fajtáit, forrásait, leírási módjait és a parametrikus bizonytalanság Monte-Carlo szimulációs elemzési eljárását, illetve annak szemléltetését egy mintapildán keresztül.

A cikk az alábbi fejezetekből áll: A 2. fejezet a modellalkotási bizonytalanság elemzési módszereit mutatja be. A 3. fejezet ismerteti a Monte-Carlo szimulációt. A 4. fejezetben a szemléltetésre kiválasztott mintapildá ismerhető meg. Az 5. fejezetben összegzik munkájukat és jövőbeli kutatási

terveiket körvonalazzák a Szerzők.

2. BIZONYTALANSÁG ELEMZÉSI MÓDSZEREK

A matematikai modellezés fő feladata valós fizikai jelenségek folyamatok vagy rendszerek modelljeinek felállítása. A numerikus modelleket és paramétereket a modellezett rendszer természete és a megkívánt pontosságú eredmény függvényében kell kiválasztanunk. A gerjesztések, valamint a belső jellemzők helyes feldolgozása biztosítja, hogy a rendszer valós tulajdonságai tükröződnek az eredményekben. Ezért kritikus kérdés a megfelelő modell és a rendelkezésre álló adatok helyes feldolgozása. A mérnöki gyakorlatban a rendelkezésre álló információ gyakran nem kellően megbízható vagy pontos — inkább pontatlan, diffúz, fluktuáló, nem teljes, töredékes, megbízhatatlan, félreérthető, és főleg a nyelvi változók jelentős szubjektivitással bírnak. Ezeket az információkat főleg tervek, tervrajzok, mérések, megfigyelések, tapasztalatok, szakértői ismeretek, és előírások alapján nyerhetjük. Ráadásul, ezeket az adatokat a gyártás, üzemeltetés során bekövetkező emberi tévedések, hibák, illetve a környezet paramétereinek sztochasztikus változásai is befolyásolják. A fenti jelenségeket egy általános kifejezéssel tudjuk összegezni, ez a bizonytalanság [7]. A bizonytalanság elválaszthatatlan egy modelltől, a gerjesztésektől és a modellparaméterektől. A bizonytalanság elemzés információt ad a kapott válaszok hibahatáraitól, a modell eredményeinek elfogadási szintjéről.

A rendelkezésre álló információk bizonytalansága megakadályozhatja a helyes modell, valamint pontos adatok, felesleges információk nélküli meghatározását. Ezért, a bizonytalanságot egy alkalmas modellel kell leírunk, mely összhangban van a fizikai rendszerről rendelkezésre álló információinkkal, és azt valamilyen numerikus módon oldunk meg. Ebből a szempontból a hiányosságok torzított számítási eredményekhez, rossz döntésekhez vezethetnek.

A bizonytalanság — annak forrása alapján történő — osztályozása megkülönböztet parametrikus (angol nevén: „aleatory uncertainty”, illetve a modern szabályozástechnikában inkább a „parameter uncertainty”) és ismereti (epistemic) bizonytalanságot. Bár ez a csoportosítás nem abszolút kategorikus terminológiát használ, alkalmas megkülönböztetést ad a nem redukálható parametrikus bizonytalanság, illetve a redukálható bizonytalanság között. Mivel az első a paraméteringadozáshoz köthető — szemben az utóbbi, az ismeretek hiányához kapcsolható — ismereti bizonytalansággal [7]. Ez indokolja a parametrikus bizonytalanság értelmezését úgy, mint sztochasztikus (aleatory — véletlenül múló, esetleges) bizonytalanság — ami a valós rendszerről szerzett véletlen tapasztalatok eredményeként jelenik meg.

Az ismereti bizonytalanság szubjektív bizonytalanságként szemlélhető, ami mint a valószínűségi modellezéssel szembenálló okok sorozataként vezethető be. Ezek az okok magukba foglalhatják például az információk hiányát, melyek megakadályozhatják a helyes modell és a véletlen természet általános megfigyelési rendszereinek meghatározását.

A parametrikus bizonytalanság elsődlegesen az objektivitáshoz kapcsolható, szemben az ismereti bizonytalansággal, mely az objektivitáshoz és szubjektivitáshoz egyaránt köthető, esetleg külön-külön, illetve egyszerre. Következésképpen, a parametrikus bizonytalanság megfelelő módszerekkel modellezhető és feldolgozható. Erre jó példa SZABOLCSI [9] munkája, aki tanulmányában a repülőgéptörzs elasztikus mozgásának matematikai leírását végezte el. Igazolta, hogy az úgynevezett aeroelasztikus hajlító lengések irányítástechnikai jellemzői, az erősítési tényező, a sajátlengések frekvenciája, valamint a csillapítási tényező, a merev repülőgép repülésdinamikai jellemzőihez képest paraméterbizonytalanságként értelmezhetőek, amelyek matematikai modellezésére az additív sémát javasolta.

Fontos itt még megemlíteni BAGYINSZKI és BITAY [1] könyvét, melyben — többek között — a félempirikus (vagy részben empirikus) matematikai modellek mért vagy tapasztalati alapokon nyugvó bizonytalanságaira hívják fel a figyelmet. Ezen modellek használata akkor válhat szükségessé, ha a modellezendő rendszer vagy folyamat nem írható le teljes egzaktsággal, esetleg a bonyolultsága miatt a jelenséget egyszerűbb formára célszerű visszavezetni. Ilyen esetekben az eltéréseket tapasztalati úton meghatározott tényezőkkel lehet korrigálni.

A parametrikus bizonytalanság tudományos szintű elemzése alapvetően két eltérő módon oldható meg [4].

Az első mód a gerjesztések bizonytalansága következtében fellépő lehetséges rendszerválaszok meghatározása intervallum értékekkel. Ezen eljárási mód annak figyelembevétele, hogy néhány vagy az összes paraméter nem egy adott értékkel rendelkezik, hanem bizonyos intervallumon belül található. Általános megfogalmazásuk esetén az intervallumokhoz nem kapcsolunk valószínűségi eloszlásokat, csak a lényegi eredmények lehetséges jövőbeli értékeit határozzuk meg.

Ha csak egy paraméter értéke bizonytalan, annak a megfelelő intervallumát kell figyelembe vennünk, mint a rendszerválaszok egy véges halmazát. De, ha több paramétert kell figyelembe vennünk, független kimenetek keletkeznek, mivel több változó korrelált lehet. Ezért a független feltételezések sok esetben az extrém értékek irreális kombinációihoz vezethetnek.

Számos esetben előfordul, hogy az adott problémát egy lineáris matematikai modellel tudjuk elemezni, de az együtthatók és a paraméterek valamilyen szintű bizonytalansággal, így egy intervallummal bírnak.

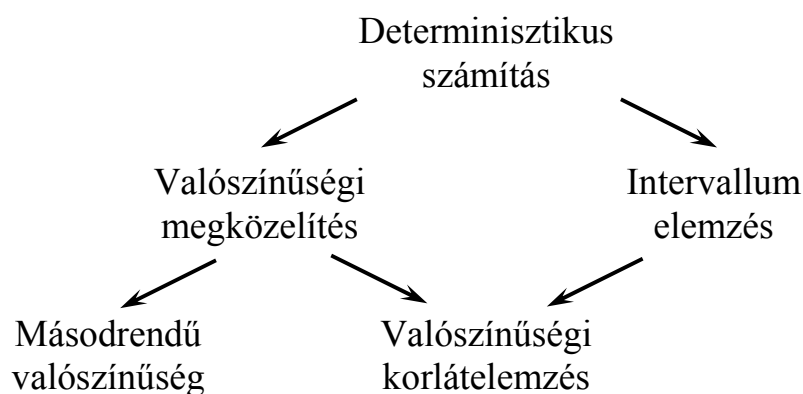
A másik alapvető módszer a környezet gerjesztéseinek minden lehetséges eleméhez való valamilyen valószínűségi eloszlás rendelése. A lehetséges rendszerválaszokhoz történő valószínűségek rendelése egy általánosan alkalmazott gyakorlat, noha ilyenkor az sem ritka, hogy az úgynevezett szubjektív valószínűségekkel találkozunk, ami a szakértők (vagy bizonyos esetekben a laikusok) által becsült valószínűségi értéket jelent. Néhány esetben eme szubjektív valószínűségeket, mint intervallumokat adják meg, ilyenkor úgynevezett másodrendű bizonytalansági modellekről beszélünk.

Gyakoribb esetben, ha az adatok valószínűségi eloszlásai ismertek, elméletileg mindegyik alternatíva következményeinek eloszlását is megtudhatjuk. Ez egy egyszerű kritérium esetén a vizsgált

rendszer vagy folyamat kvalitatív tulajdonságának valószínűségi eloszlását jelenti.

Például egy determinisztikus vizsgálati modell esetén, amikor a modell belső jellemzői valamilyen bizonytalansággal bírnak a kalkuláció során használt valós értékű mennyiségekkel kapcsolatban, a bizonytalanságelemzés intervallumelemzéshez vezethet.

A valószínűségi módszerek, mint például a Monte Carlo szimuláció, mellyel részletesebben a következő fejezetben foglalkozunk.



1. ábra Az eltérő bizonytalanságelemzési módok [7]

Alternatívaként használhatunk korlátozási megközelítést a valószínűségi számításokhoz is. Ekkor a valószínűségi eloszlások intervallum típusát kapjuk. Ezt a technikát valószínűségi korlátelelemzésnek (PBA — Probability Bounds Analysis) nevezzük. Ez a megközelítés valószínűségi eloszlásokkal kapcsolatos bizonytalanságát jellemzi egy, a határeloszlás függvény-párban fekvő úgynevezett kumulatív eloszlásfüggvények halmazával.

Ha az adatok száma nem elegendő a statisztikai elemzésekhez, így a valószínűség számítás alkalmazásához, analógiák alapján fel lehet tételezni az eloszlás jellegét, de ennek már szubjektív jellege van. Kellő tapasztalattal az eloszlás lehetséges alsó és felső határait ki lehet jelölni. Ez utóbbi vezet a valószínűségi korlátelelemzéshez.

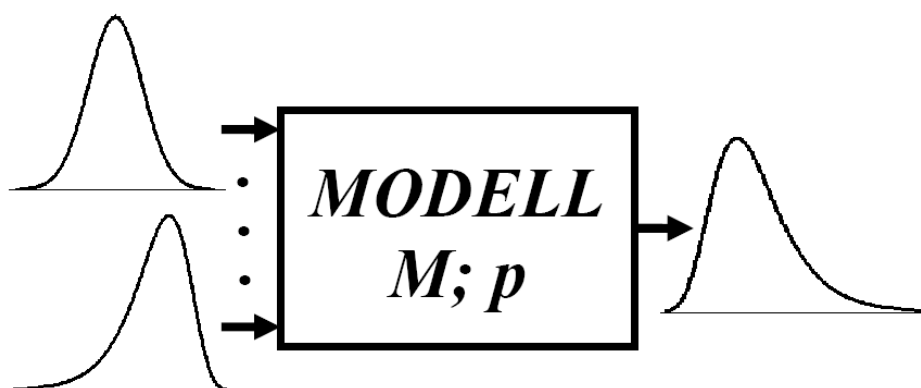
Az 1. ábra a fent említett lehetséges elemzési módokat, benne a nyilak a módok fejlődését szemlélteti.

Egy viszonylag új út a kiegészítő információk bizonytalansági modellekbe történő beépítésére a fuzzy halmazelmélet alkalmazása, amikor nem statisztikai adatokkal rendelkezünk az adatokkal kapcsolatos szakértői vélemények kvalitatív leírásai vagy az alternatívák következményeinek értékelésére.

3. A MONTE-CARLO SZIMULÁCIÓ

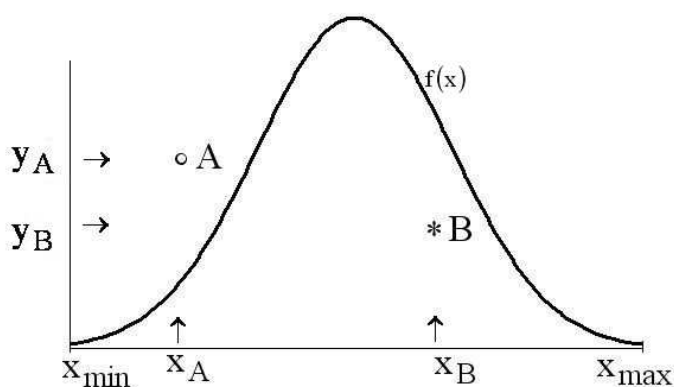
Szimulációról beszélünk, amikor egy folyamat vagy rendszer vizsgálata egy azokat helyettesítő modell segítségével történik. Ilyenkor olyan matematikai modelleket alkalmazhatunk, melyek az elemzett

folyamatot vagy rendszert jól leírják, és numerikusan megoldhatók. Ha a szimuláció során véletlenül választott pontokat vagy mennyiségeket használunk, akkor Monte-Carlo (vagy véletlen) szimulációról beszélünk. Ezt szemlélteti a 2. ábra.



2. ábra Monte Carlo szimuláció

A Monte-Carlo szimulációs módszert NEUMANN JÁNOS dolgozta ki 1945-ben. Lényege, hogy az egyes bizonytalan tényezőkhöz rendelt valószínűség-eloszlások alapján véletlenszerűen választunk ki értékeket, amelyeket a szimulációs vizsgálat egy-egy kísérletében felhasználunk. Monte-Carlo módszereknek nevezzük a matematikai feladatok megoldásának véletlen mennyiségek modellezését felhasználó numerikus módszereit és azok jellemzőinek statisztikus értékelését. A Monte-Carlo egy olyan matematikai eszköz, mely alkalmas arra, hogy véletlen események sorozatával oldjunk meg determinisztikus problémákat [2].



3. ábra Kiszorításos véletlen szám generálás szemléltetése

A gerjesztések meghatározásához az úgynevezett kiszorításos módszert alkalmazhatjuk. Az eljárás lényege az alábbiak szerint írható le: Az egyenletes eloszlású véletlen szám generátor (ezzel minden programnyelv rendelkezik) felhasználásával kiválasztunk a gerjesztési tartományon belül egy x értéket, majd ehhez hozzárendelünk egy y_x véletlen értéket. Az előre meghatározott sűrűség függvény alapján döntünk a generált x számról:

ha $y_x > f(x)$, „elvetjük” az adott x értéket (lásd **A** pont a 3. ábrán);

ha $y_x < f(x)$, „megtartjuk” és a szimuláció során, mint input érték alkalmazzuk az adott x értéket (lásd **B** pont a 3. ábrán).

A módszert széles körben alkalmazzák különböző események lehetséges kimeneteleinek és azok valószínűségeinek szimulációjára, amikor a bemenő paraméterek bizonytalanok. Nézzünk röviden egy-két példát a Monte-Carlo szimuláció alkalmazására:

Kísérleti eredmények kiértékelésére OROSZ [6] egy olyan Monte-Carlo modellt dolgozott ki, mely alapján számítógépes, szimulációs programot készített. Célja egy egyszerű, hatékony eljárás kidolgozása, mellyel kísérleti elektron-spektroszkópai eredményeket lehet kiértékelni. A módszer alkalmazásával olyan fizikai paramétereket származtatott, melyeket más módszerekkel különösen nehezen határozhatók meg (például a rugalmas visszaszórási tényező).

ROHÁCS [8] tanulmányában az európai kisrepülőgép és a személygépkocsik 2006-os teljes üzemeltetési költségét elemezte. Azonban a jövőbeli teljes üzemeltetési költségbecsléshez bizonytalan faktorokkal kellett szembe nézni, mivel az egyes költség elemek alakulása nem tisztázott. Így Monte-Carlo szimulációt alkalmazott. Vizsgálata során számos típusú eloszlás sűrűség függvényét alkalmazta. Az eredmények azt mutatták, hogy az európai kisrepülőgép teljes üzemi költsége átlagosan 26 ~ 27 %-al csökken a teljes szimulációs időtartam alatt. Az eredmény alapján kijelenthetjük, hogy pár évtized múlva a kisrepülőgépeknek jelentősebb szerep fog jutni Európa közlekedésében.

A [3] cikkben GOLDSWORTHY szerzőtársaival a radioaktív hulladék-tárolók lezárást követő fázisára vonatkozó biztonsági értékelésének a háttérét és az értékelési folyamatot mutatta be, a modellezéshez és számításokhoz szükséges két módszerrel együtt. E két megközelítés közül az egyik a Monte-Carlo szimuláció felhasználása. A számított eredményeket fel lehet használni a további vizsgálatok és a tervezési lehetőségek meghatározására, vagyis azok optimalására.

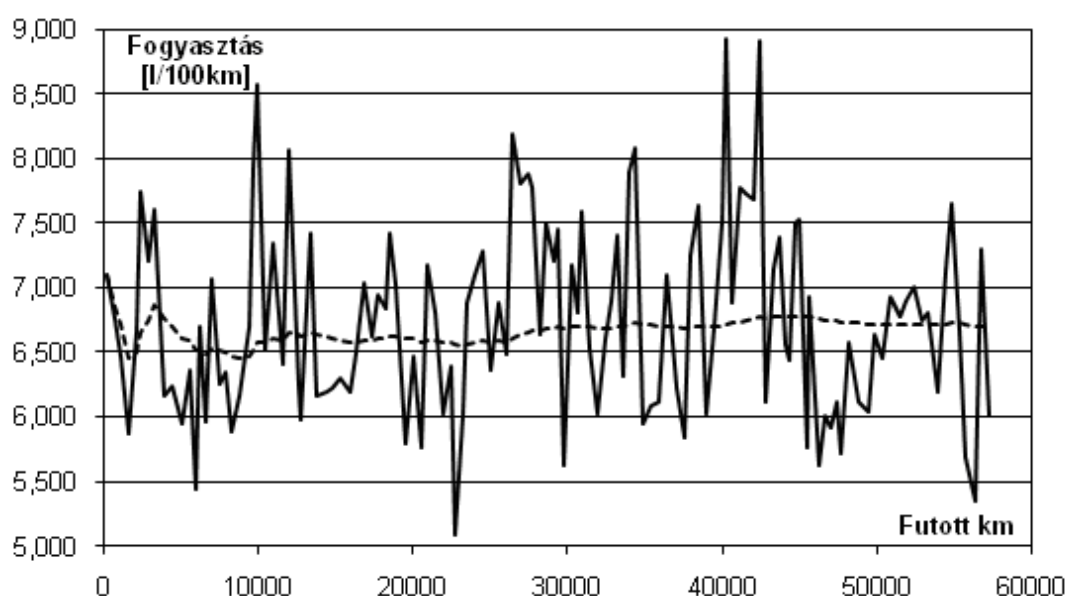
TAKÁCS a megtérülési kockázatot vizsgálta egy közepes magyarországi település környezetében a nettó jelenérték számításával a gazdálkodáshoz szükséges eszközök beruházási igényének, illetve a gazdálkodásba vont terület termelési szerkezetének függvényében [10].

4. A SZEMLÉLTETŐ PÉLDA

Manapság kevés embernek ismeretlen az a tankolási, gépkocsi tüzelőanyag fogyasztás meghatározási módszer, melynek lényeg az, hogy minden egyes üzemanyag feltöltésnél teletankoljuk az autót, majd a „napi” kilométeróra nullázásával le tudjuk mérni a megtett kilométereket, és meghatározhatjuk az aktuális fogyasztást. Ezt a módszert nevezzük röviden „tele tank” módszernek. Felmerült bennünk a kérdés, amivel a módszer megbízhatóságát és pontosságát vontuk kérdőre: Mennyire adhat ez pontos értéket? Az evidens, hogy a fogyasztás mértéke több befolyásoló tényezőtől függ, de megvizsgálva a

helyzetet műszaki szempontból, más keltette fel a figyelmünket. A kérdésben felmerült problémát elemezve méréseket végeztünk, aminek a lényege az volt, hogy egy általános helyzetet felállítva, minden mérési adat pontos felvételével és feldolgozásával megvizsgáltuk ezt a szituációt.

Ez a következőképpen történt: egy újonnan, szalonból kihozott autón végeztük a méréseket, melyek abból álltak, hogy minden egyes üzemanyag feltöltés előtt felvettük az adatokat, majd teletankoltuk az autót, a napi kilométer-számlálót nulláztuk. A töltés és a napi futott kilométer alapján határoztuk meg gépkocsi aktuális fogyasztását, és újraindult a mérés. Az aktuális fogyasztások eredményeinek felhasználásával — a töltött üzemanyag és a futott aktuális kilométerek összegei alapján — határoztuk meg az átlagos fogyasztást. A mérési eredményeket — a fenti módon meghatározott aktuális és azok összegzésével számított átlagfogyasztásokat — mutatja be a 4. ábra.



4. ábra. Fogyasztások változása a futott kilométerek függvényében

4.1. Előkészítési szakasz

A Monte-Carlo szimulációs valószínűségi bizonytalanság elemzés szemléltetése érdekében válaszoljunk a következő kérdésre: Mekkora távolságot tudunk megtenni egyetlen tankolással?

A válasz érdekében először a 4. ábra eredményei alapján meg tudjuk határozni a gépkocsi f fogyasztásának háromparaméteres

$$\beta = 2,6 \quad \eta = 2 \quad \gamma = 5$$

$$f_f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq \gamma \\ \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^{\beta}} & \text{ha } x > \gamma \end{cases} \quad (1)$$

Weibull valószínűségi eloszlását, melynek várható értéke (átlaga): 6,74 liter/100 km.

Következő lépésként meg kell vizsgálnunk a tüzelőanyag tartály V kapacitását. A gyakorlatban azt tapasztalhatjuk, hogy ugyanabba a gépkocsi tartályba úgy mond legalább „plusz–mínusz” egy liter eltéréssel lehet tankolni, a gépkocsi térbeli helyzete (Merre lejt a töltőállomás? Van-e kisebb bucka vagy gödör a kerekek alatt? Mennyire terhelt a gépkocsi? stb.), valamint a kútkezelő „stílusa” alapján. Ezt figyelembe véve a gépkocsi tartály 45 literes névleges kapacitásával és a fenti pontatlansággal számolva vettük fel a töltött tüzelőanyag mennyiség

$$m_V = 45 \quad \sigma_V = 0,333$$

$$f_V(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

sűrűség függvényű normális eloszlását.

Ezt követően a vizsgált rendszer matematikai modelljét kell felállítanunk, ami esetünkben nagyon egyszerű:

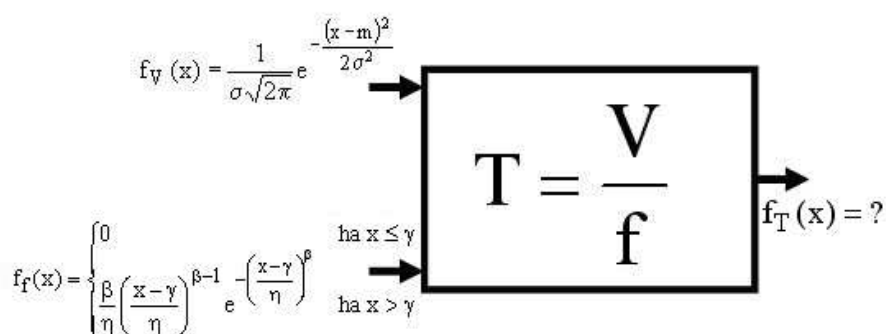
$$T = \frac{V}{f} \quad , \quad (3)$$

ahol:

T — a megtehető távolság, kilométerben megadva (lásd 5. ábrát).

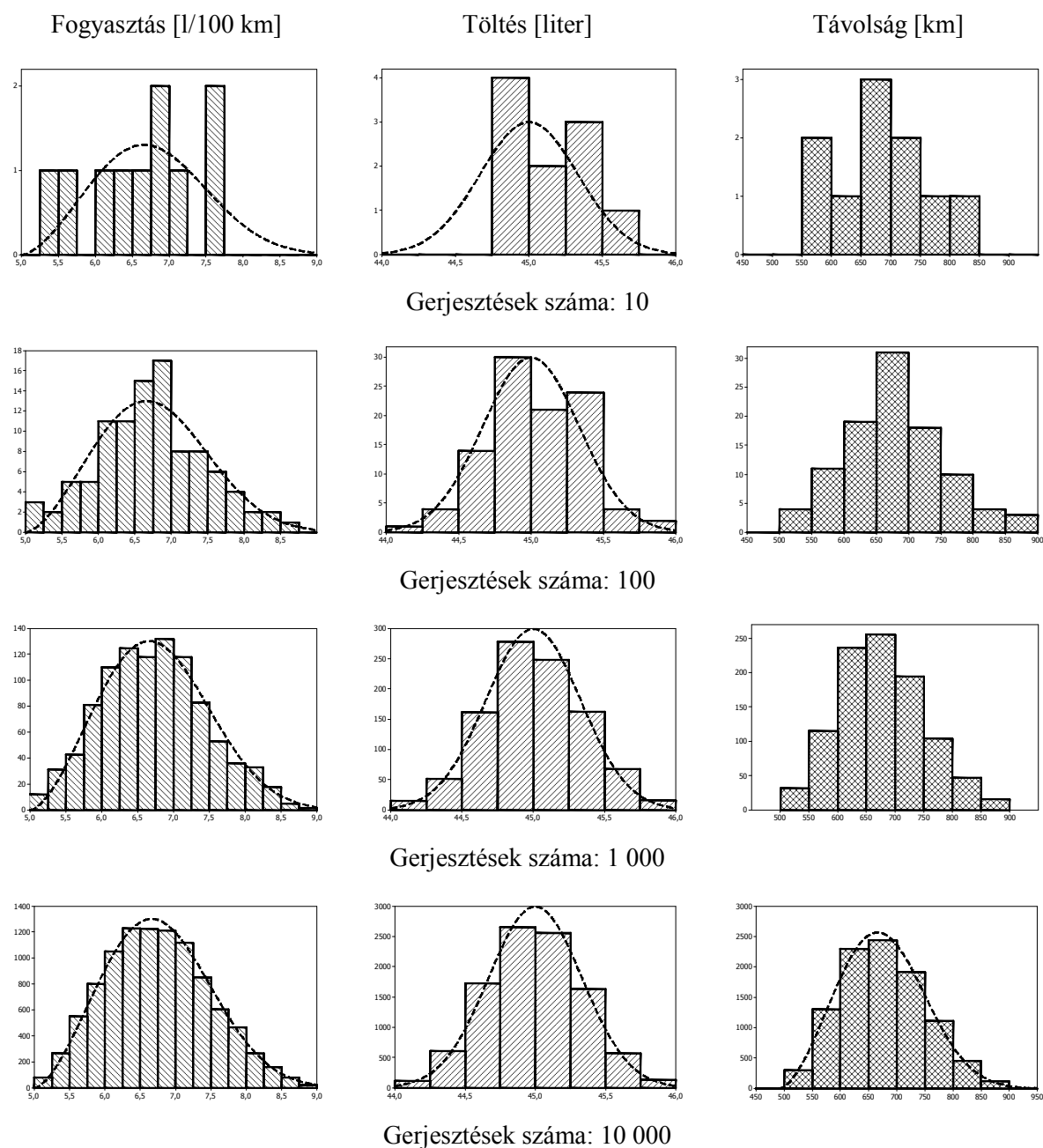
4.2. Szimulációs szakasz

A Monte-Carlo szimuláció lényege, hogy a modell bemenő jellemzőit a tapasztalati úton felvett eloszlások alapján, mint véletlen számokat generáljunk, majd azokat felhasználva meghatározzuk a kimenő jellemzők várható eloszlását. Esetünkben — (1) és (2) egyenletek alapján — generáljuk a tüzelőanyag fogyasztásának, valamint a tartály töltöttségének értékét és a (3) egyenlettel számoljuk ki a megtehető távolságokat. Ezt követően a megtehető távolságok hisztogramját és eloszlásukat határozzuk meg (5. ábra).



5. ábra A mintapélda sémája

A Monte-Carlo szimulációs program — mely Turbo Basic v. 1.1. programnyelven íródott — futási eredményeit szemlélteti a 6. ábra — 10; 100; 1.000; valamint 10.000 gerjesztés szám esetén. (A hisztogramok elkészítéséhez és a későbbi statisztikai elemzésekhez MINITAB® Release 14.12.0 szoftvert alkalmaztunk, melyek illeszkedésvizsgálati eredményeinek ismertetésétől itt eltekintünk.) A fogyasztás és a töltés hisztogramoknál ábrázoltuk a véletlen szám gerjesztésnél figyelembe vett sűrűség függvényeket is. Így jól látható, hogy az alacsonyabb gerjesztés számok esetén a mintahalmaz nem közelíti jól az (1), illetve (2) egyenletekkel jellemzett eloszlásokat.



6. ábra A Monte-Carlo szimuláció futási eredményei

A 10.000 gerjesztés eredménye alapján statisztikai elemzéssel a megtehető távolságok eloszlását az alábbi háromparaméteres Weibull függvénnyel vettük fel:

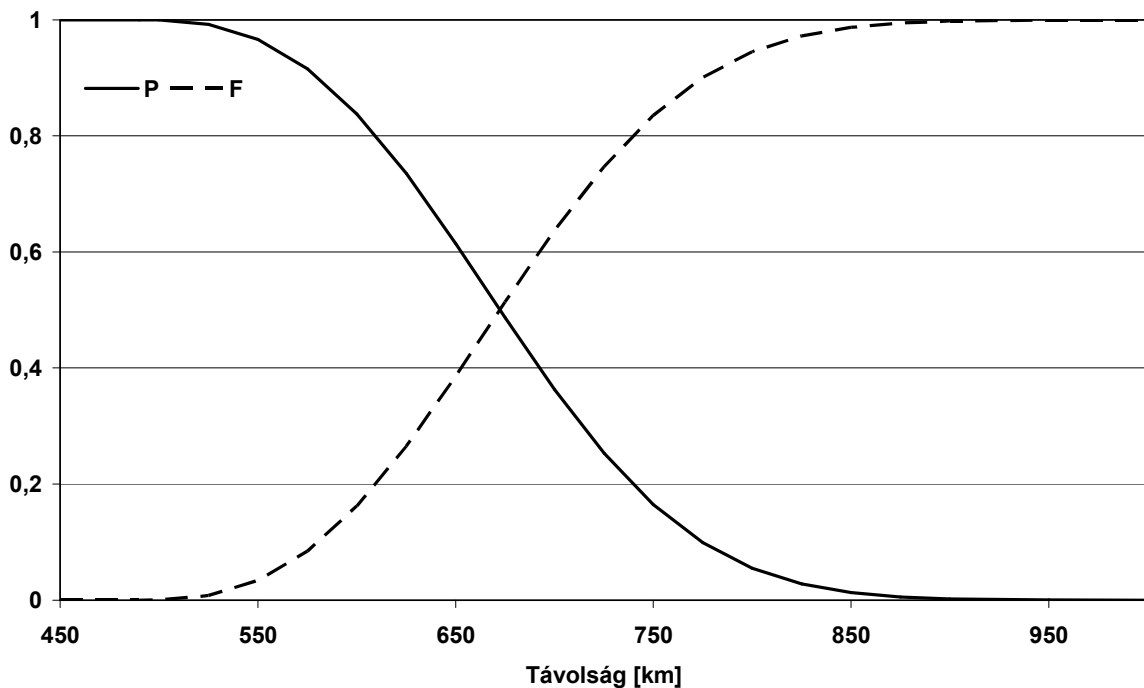
$$\beta = 2,69293 \quad \eta = 208,531682 \quad \gamma = 490,34375$$

$$f_T(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq \gamma \\ \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^\beta} & \text{ha } x > \gamma \end{cases} \quad (4)$$

$$F_T(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^\beta} \quad \text{ha } x > \gamma$$

4.3. Értékelési szakasz

A szimulációs vizsgálat ezen szakaszában tudunk választ adni az elemzés elején fel tett kérdésre. Ezek szerint a 10.000 gerjesztéssel elvégzett Monte-Carlo szimuláció alapján az egy tank tüzelőanyaggal megtehető távolság a (4) egyenlettel jellemezhető, és a 7. ábrán szemléltetett háromparaméteres Weibull eloszlással írható le.



7. ábra A megtehető távolság eloszlás függvénye a Monte-Carlo szimuláció alapján.

Ez a fenti kérdésre adható válasz rendszermodellezési szempontból. Gyakorlati jelentése pedig a következő lehet: Ha $F(x)$ (7. ábra szaggatott görbe) annak a valószínűsége, hogy adott távolság megtételekor kifogy a tüzelő anyag a tartályból, akkor

$$P(x) = 1 - F(x) \quad (5)$$

valószínűséggel el tudunk jutni az adott távolságra egy teljes tank tüzelőanyaggal. Más szóval, meg tudjuk mondani, hogy mekkora az esélyünk, hogy a célállomásra eljutunk tankolás nélkül.

A fenti kijelentés szemléltetésére szolgál az 1. Táblázat, mely számszerűen megmutatja, hogy adott távolságokat milyen valószínűséggel tudunk megtenni egy tele tank tüzelőanyag tartállyal.

T [km]	500	550	600	650	700	750	800
P [%]	99,97	96,62	83,77	61,44	36,26	16,45	5,50

1. Táblázat A távolságok megtételének valószínűségei

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Összegzésként elmondható, hogy minden matematikai modellel együtt jár annak valamilyen mértékű bizonytalansága, melyet a modell használhatósága érdekében elemeznünk kell. A tanulmány bemutatta a bizonytalanság elemzési eljárásokat, és részletesebben szemléltette a Monte-Carlo szimulációs módszert egy egyszerű, hétköznapi példán keresztül.

Az utóbbi években a Debreceni Egyetem Műszaki Kar Menedzsment és Vállalkozási Tanszékén intenzív kutatómunka folyik annak feltárása céljából, hogy a széles értelemben vett modellezés bizonytalanság kezelés milyen módon oldható meg a leghatékonyabb formában. Ezzel egy időben fontos feladatként fogalmazódott meg ezen eljárások egyszerű szemléltetése a Rendszertechnika tantárgy oktatásakor.

A Szerzők munkájuk során olyan tanulmányok elkészítését tűzték ki céljukként, amelyek leírják ezeket a bizonytalanságokat, értelmezik, vizsgálják és szemléltetik a matematikai modellek bizonytalanságainak elemzési módszereit.

6. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] BAGYINSZKI GY., BITAY E.: Bevezetés az anyagtechnológiák informatikájába, Erdélyi Múzeum- Egyesület, Kolozsvár, pp. 213. (ISBN 973-8231-66-3)
- [2] BRONSTEJN, I. N., ET AL.: Matematikai kézikönyv, Typotex, Budapest, 2006, pp. 1209.
- [3] GOLDSWORTHY M., ET AL.: Probabilistic and fuzzy approach to safety assessment for the Bataapáti (Üveghuta) Site, Annual Report of the Geological Institute of Hungary, 2003 (2004), 503-518.
- [4] MOLNÁR B.: Gépjármű fogyasztás meghatározásának bizonytalansága — A futott kilométerek kérdése, Műszaki Tudomány az Észak-Alföldi Régióban 2009., p. 179–184. (ISBN 978-963-7064-21-0)
- [5] MOLNÁR B.: Parametrikus bizonytalanságok leírási módjai, TDK 2009.
- [6] OROSZ G. T.: keV-os ELEKTRONOK VISSZASZÓRT ENERGIASPEKTRUMÁNAK MONTE CARLO SZIMULÁCIÓJA, Doktori (Ph. D.) értekezés, Veszprémi Egyetem, 2003., pp. 92.
- [7] POKORÁDI L.: Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, pp.242. (ISBN 978-963-9822-06-1)
- [8] ROHÁCS D., KISREPÜLŐGÉPEK ELÉRHETŐSÉGÉNEK HOSSZÚTÁVÚ ELŐREJELZÉSE, Repüléstudományi Közlemények, 2007, Különszám, pp. 8
- [9] SZABOLCSI, R., Design of the Pitch Attitude Control System for the Aeroelastic Fighter Aircraft, Bulletines for Applied Mathematics, BAM-1240/96 (LXXX), pp(29-40), ISSN 0133-3526, Technical University of Budapest, 1996.
- [10] TAKÁCS I., ET AL.: A VERSENYKÉPES VIRTUÁLIS (NAGY)ÜZEM COMPETITIVE VIRTUAL (LARGE-SCALE) FARM, BULLETIN of the Szent István University, Gödöllő, 2008. p. 237-339.